PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 3. 1. Februar 1911. 12. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 4 am 4. Februar 1911.

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. W. Wood u. J. Franck, Über die Überführung des Resonanzspektrums der Jodfluoreszenz in ein Bandenspektrum durch Zumischung von Helium. S. 81.

A. F. Kovářik, Bemerkung über den Wert der Zerfallsperiode des *Act C*. S. 83.

K. Bergwitz, Über den Ioniumkollektor. S. 83.

M. Laue, Zur Diskussion über den starren Körper in der Relativitätstheorie. S. 85.

L. Silberstein, Über die gegenseitige Masse kugelförmiger Elektronen. S. 87.

E. Wertheimer, Zur Thermodynamik des Wasserdampfes. S. 91.

F. Ehrenhaft, Über die Frage nach der atomistischen Konstitution der Elektrizität. S. 94.

J. Stark, Bemerkungen über das photographische Schwärzungsgesetz. S. 104.

F. H. Loring, Atomgewichtsbeziehungen. Mit Tafel I. S. 107.

K. R. Koch, Das Phonendoskop als Wünschelrute. S. 112.

F. Paschen u. K. Wolff, Die Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents in Vorlesung und Praktikum. S. 113

Besprechungen:

W. Mecklenburg, Die experimentelle Grundlegung der Atomistik. S. 115.

W. Bahrdt, Magnetische und magnetisch-elektrische Messungen im Unterricht. S. 115.

A. Mayer, Die Spiegelreflexkamera. S. 116.

E. Jochmann u. O. Hermes, Grundriß der Experimentalphysik. S. 116.

H. E. Timerding, Die Mathematik in den physikalischen Lehrbüchern. S. 116.

K. Winnig, Die Grundlagen der Bautechnik für oberirdische Telegraphenlinien. S. 117.

R. Fürstenau, Leitfaden der Röntgenphysik. S. 117.

G. Knopf, Die Stromversorgung der Telegraphen- und Fernsprechanstalten. S. 117.

B. Dessau, Die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Legierungen. S. 117.

W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik. S. 118.

G. W. de Tunzelmann, Ein Abriß der Elektrizitätstheorie und das Problem des Weltalls. S. 119.

K. Marbe, Theorie der kinematographischen Projektionen. S. 119.

O. Berg, Das Relativitätsprinzip der Elektrodynamik. S. 120.

Briefkasten. S. 120.

Tagesereignisse. S. 120.

Personalien. S. 120.

Gesuche. S. 120.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Überführung des Resonanzspektrums der Jodfluoreszenz in ein Bandenspektrum durch Zumischung von Helium.

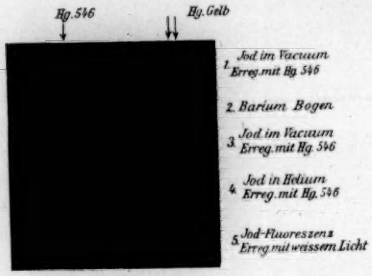
Von R. W. Wood und J. Franck[1]).

Vor kurzem hat Wood[2]) gezeigt, daß das Bandenspektrum der Fluoreszenz von Joddampf, das man erhält, wenn man die Fluoreszenz mit weißem Licht anregt, sich in einzelne Serien auflöst bei Bestrahlung mit monochromatischem Licht. Die Linien einer Serie sind sehr scharf und durch weite Zwischenräume voneinander getrennt. Bestrahlt man mit einer Quarzquecksilberlampe, wobei nur die grüne Quecksilberlinie für die Erregung der Fluoreszenz in Frage kommt, so erhalten wir eine Serie von 15 Linien, jede von der anderen ungefähr 70 Ångströmeinheiten entfernt und von ganz verschiedener Intensität. Die einzelnen Banden des bei Erregung mit weißem Licht auftretenden kannelierten Spektrums bestehen aus einer Unzahl feiner Linien und es scheint aus jeder Bande eine Linie dem Resonanzspektrum für monochromatisches Licht zuzugehören.

Wie wir[3]) gezeigt haben, ist die Schwächung der Intensität der Joddampffluoreszenz durch Zufügung von Helium viel kleiner als in anderen Gasen. Selbst bei 80 mm Druck ist die Fluoreszenz noch sichtbar, aber schwach und vollkommen rot im Gegensatz zu der ohne Helium beobachteten grünen Fluoreszenz. Andererseits ist in Chlor von 4 bis 5 mm schon jede sichtbare Fluoreszenz erloschen. Fügt man zum Joddampf 2 mm *Hg*-Druck Helium, so sieht die Fluoreszenz fast unverändert aus, sowohl der Intensität wie der Farbe nach, ob wir nun die Fluoreszenz mit weißem oder monochromatischem Licht erregen. Trotzdem zeigt das Spektroskop eine sehr merkliche Änderung des auftretenden Spektrums. Denn wenn wir mit der grünen Quecksilberlinie die Fluoreszenz anregen, so erhalten wir zwar noch die dieser Erregungsart entsprechenden Resonanzlinien, wenn auch stark geschwächt, neben ihnen aber tritt, hervorgerufen durch die Gegenwart des Heliums, ein vollkommenes Bandenspektrum auf, wie es der Erregung mit weißem Licht entspräche. Erhöht man den Druck des beigefügten Heliums auf 10 mm Druck *Hg*, so sind vom ursprünglichen Resonanzspektrum nur noch Spuren zu sehen und das Fluoreszenzspektrum ist jetzt mit dem durch weißes Licht angeregten praktisch identisch.

Im Chlor, das, wie wir gezeigt haben, durch seinen elektronegativen Charakter die Fluoreszenzintensität stark herabsetzt, haben

1) Abdruck aus den Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **13**, 84—87, 1911.
2) R. W. Wood, diese Zeitschr. **11**, 1195, 1910.
3) Berichte der Deutsch. Phys. Ges. **13**, 78—83, 1911.



wir von einem solchen Effekt keine Andeutung erhalten, d. h. die Abnahme der Intensität des Resonanzspektrums ist nicht begleitet von dem Auftreten des Bandenspektrums.

Es seien hier einige Photographien, die mit einem Hilgerspektrographen erhalten sind, abgedruckt.

Das erste Bild zeigt einen Teil des Resonanzspektrums, das man im Joddampf durch Bestrahlung mit der *Hg*-Linie erhält, direkt darunter ist als Vergleichsspektrum dasjenige von Barium abgedruckt. Die mit 3 bezeichnete Photographie stellt noch einmal das Resonanzspektrum dar, ist jedoch mit weiterem Spalt und einer im Grün-Gelben empfindlichen Plattensorte aufgenommen. Wir finden hier merkwürdigerweise eine verhältnismäßig deutliche Linie mehr als auf der ersten Platte. Möglicherweise hat jedoch diese für Rot sensibilisierte Platte gerade für die fragliche Wellenlänge ihr Minimum der Empfindlichkeit. Platte 4 zeigt den Effekt der Anwesenheit von 2 mm *He*. Das Bandenspektrum tritt deutlich hervor neben den alten Resonanzlinien. Unter dieser Platte ist zum Vergleich das Spektrum abgedruckt, das weißes Licht in unvermischtem Joddampf ergibt.

Die Dauer der Exposition für die letzte Platte war 1 Stunde, die für die anderen mit der Quecksilberlampe erhaltenen Spektra ungefähr 18 Stunden. Man sieht eine etwas verschiedene Intensitätsverteilung im Bandenspektrum, das durch die grüne *Hg*-Linie in Gegenwart von Helium angeregt wird, als im durch weißes Licht in reinem Joddampf hervorgerufenen, selbst wenn man von den Resonanzlinien absieht. — Wahrscheinlich wird man bei Untersuchung der von Wood gefundenen Resonanzspektren im *Na*-Dampf einen ähnlichen Effekt erhalten.

Wollen wir uns ein Bild von diesem Einfluß der Zusammenstöße der Heliumteilchen auf die das Resonanzspektrum emittierenden Jodmoleküle machen, so können wir dies Verhalten ungefähr folgendermaßen wiedergeben. Denken wir uns jede „Resonanzserie" des Spektrums durch ein bestimmtes Elektronsystem ausgesandt, das auf eine bestimmte, die erregende Wellenlänge resoniert. Mit monochromatischem Licht erhalten wir dann eine Serie; mit weißem Licht das aus der Summe aller Serien hervorgehende Bandenspektrum. Alle Elektronensysteme emittieren also, ohne sich zu stören, die ihnen zugehörige Serie, wenn sie durch die entsprechende Wellenlänge erregt werden. Denken wir uns nun bei einem Zusammenstoß mit einem Heliumatom den Bau des Jodmoleküls so erschüttert, daß die Elektronensysteme nicht mehr unabhängig voneinander bleiben, so werden, wenn ein System von außen durch eine gegebene Wellenlänge angeregt wird, alle Systeme gezwungen sein, ihre Schwingungen auszusenden, d. h. wir erhalten bei einer erregenden Linie die Summe aller Serienspektra, und das ist das Bandenspektrum. Dabei wird natürlich Energie von dem primär erregten Elektronensystem auf die anderen Systeme übertragen. Elektronegative Gase müßten natürlich eine gleiche Störung hervorrufen, aber dank ihrer auf die Elektronen ausgeübten Kräfte hindern sie überhaupt alle Schwingungen von Elektronen, die sich in ihrer Einflußsphäre befinden; die Jodmoleküle, die mit ihnen gerade einen Zusammenstoß erleiden, emittieren also überhaupt nicht.

Wir möchten noch einmal hervorheben, daß nicht etwa der Zusammenstoß mit einem Heliumatom die emittierten Schwingungen hervorruft, denn dann müßte ein Gemisch von Jod und Helium dauernd Energie emittieren, sondern der Zusammenstoß bringt das Jodmolekül nur in einen solchen Zustand, daß Energie von einem schwingenden Elektronensystem auf ein anderes übertragen wird. Die Helligkeit des ursprünglich von den 15 Resonanzlinien emittierten Lichtes verteilt sich jetzt auf die unzähligen Linien des Bandenspektrums. Davon muß man natürlich abziehen, was bei diesem Vorgange in andere Energieformen (Wärme) überführt wird. Diese Tatsache ergibt auch eine Erklärung der von uns früher beschriebenen Umfärbung der Jodfluoreszenz von Grün zu Rot durch die Anwesenheit von Helium.

Die Fluoreszenz wird hauptsächlich erregt durch Licht von den Wellenlängen von 500, und oberhalb 560 $\mu\mu$ ist das Licht ganz unwirksam. Im Fluoreszenzlicht, das durch weißes Licht erregt wird, ist also der Teil zwischen 500 und 560 durch direkte Resonanz hervorgerufen. Wir haben hier die von Wood sogenannten Resonanzlinien; der Teil von 560 bis ins Ultrarote ist das sog. Resonanzspektrum. Die direkte Resonanzstrahlung, also der grüne Teil, wird durch Helium geschwächt, indem

Energie auf den gelben und roten Teil, d. h. auf das „Resonanzspektrum" übertragen wird. So kommt es, daß bei hohen Heliumdrucken die Jodfluoreszenz fast rot aussieht.

Die beschriebenen Erscheinungen kann man schon mit einem kleinen geradsichtigen Taschenspektroskop gut verfolgen. Man geht am besten dazu so vor, daß man eine 15 bis 20 cm weite Kugel zur Fluoreszenzuntersuchung verwendet. Vor dem Rohr steht mit der Längsseite eine Quecksilberlampe, deren Strahlen durch einen großen Projektionslampenkondensor im Rohr vereinigt werden. Man erhält dann einen tiefen Kegel von Fluoreszenzlicht, der von der Seite gesehen eine beträchtliche Intensität aufweist.

Berlin, Physikal. Institut der Universität, Dezember 1910. (Eingegangen 12. Januar 1911.)

Bemerkung über den Wert der Zerfallsperiode des *Act C*.
(Note on the Half-period Value of *Act C*).

Von Alois F. Kovářik.

Durch Wahl der geeigneten Temperatur verflüchtigten Hahn und Meitner[1]) *Act C* und *Act A* von der Platte, die aktiven Niederschlag des Aktiniums enthielt. Das auf der Platte verbleibende *Act B* erzeugte *Act C*, und Hahn und Meitner beobachteten dessen Anwachsen auf einen Höchstwert und seinen darauffolgenden Abfall durch Messung der durch die β-Strahlen hervorgerufenen Ionisierung. Sie trennten auch das *Act B* mittels der Adsorptionsmethode ab und stellten ähnliche Beobachtungen an. Der Wert der Zerfallsperiode, den sie aus diesen Versuchen für *Act C* erhielten, ist 5,1 Minuten. Späterhin, als sie die Rückstoßmethode zur Trennung radioaktiver Produkte mit Hilfe eines elektrischen Feldes entdeckt hatten[2]), erhielten sie reines *Act C*, und sie fanden, daß der Wert der Zerfallsperiode mit ihren früheren Ergebnissen übereinstimmte.

Im Verlaufe einiger Versuche über *Act C*, das ich nach der Rückstoßmethode gewonnen hatte, bot sich mir Gelegenheit, die Periode des *Act C* sehr häufig zu messen. Bei diesen Versuchen wurde das *Act C* unter Verwendung von Feldern verschiedener Stärke und mit verschiedenem Plattenabstand gewonnen. Die Ionisierung wurde nach der Geschwindigkeitsmethode mit Hilfe eines gewöhnlichen β-Strahlen-Elektroskops gemessen. Das benutzte Material war sehr rein und hoch aktiv, so daß die Ablesungen in kurzen Zwischenräumen vorgenommen wurden, und diese wurden in passender Weise auf die mittlere Zeit der einzelnen Ablesung korrigiert, auf Grund der Kenntnis des angenäherten Wertes der Zerfallsperiode.

Die erhaltenen Werte für die Zerfallsperiode stimmten in allen Fällen sehr gut überein. Auf Grund von 150 Kurven trug ich die erhaltenen Werte auf, und das ergab eine Wahrscheinlichkeitskurve, deren Maximum zwischen 4,68 und 4,72 Minuten liegt. Dabei reichten ein paar Werte bis 4,60 Minuten hinab und ein paar bis 4,85 Minuten hinauf; während der Durchschnitt aus sämtlichen Ablesungen 4,71 Minuten betrug. Ich erhielt keine Werte, die bis 5 Minuten reichten. Angesichts der großen Anzahl der Beobachtungen und der Übereinstimmung der erhaltenen Werte untereinander glaube ich, daß der Wert 4,71 Minuten der richtige Wert für die Zerfallsperiode des *Act C* ist.

Manchester, Physikalisches Laboratorium der Victoria-Universität, 12. Januar 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 19. Januar 1911.)

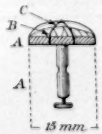
1) Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. **9**, 649, 1908.
2) Hahn u. Meitner, Verh. D. Phys. Ges. **11**, 55, 1909.

Über den Ioniumkollektor.

Von K. Bergwitz.

F. Exners Vorschlag hat bekanntlich die Radioelektroden als Kollektoren für Potentialmessungen in der freien Atmosphäre eingeführt. Diese Radioelektroden sind Drähte oder Flächen, auf die eine radioaktive Substanz irgendwie aufgetragen ist. Vor den Flammen- und Wasserkollektoren, sowie vor den auf photoelektrischer Wirkung beruhenden haben sie Vorzüge, die auf der Hand liegen. Sie verlangen gar keine Wartung, sie sind nicht feuergefährlich, wirken bei Tag und Nacht, sind an keine bestimmten Temperaturen gebunden, ermüden nicht u. a. m. — Bis jetzt hat man Radium- und Poloniumkollektoren verwandt. Die ersteren haben allerdings einige besondere Nachteile. Es läßt sich bei ihnen der Referenzpunkt, d. h. die Stelle, deren Potential sie annehmen, nicht genau definieren. Die Luft wird nämlich außer durch die α-Strahlen in weiter Umgebung durch die β- und γ-Strahlen des Radiums ionisiert; der Kollektor ist also von einer dicken Schicht leitender Luft umgeben. Es kommt noch hinzu, daß das Radium auch die gewisse luftelektrische Messungen sehr störende Emanation abgibt. Will man diesen Übelstand heben, so schließt man das radioaktive Präparat in Röhren ein. Hierdurch hält man aber gerade die hauptsächlich ionisierenden α-Strahlen zurück, so daß die Wirkung eines solchen Radiokollektors nicht unbeträchtlich abnimmt. Bei den Poloniumkollektoren ist die Abnahme der Aktivität mit der Zeit (Halbwertszeit 143 Tage)

sehr störend. Bei dem immerhin hohen Preise des Poloniums macht eine Erneuerung des radioaktiven Beschlages also den Kollektor sehr kostspielig. Wie mir die Herren Elster und Geitel mitteilten, haben sie für Herrn Simpson, der als Meteorologe die Englische Südpolarexpedition begleitet, Kollektoren hergestellt, deren wirksamer Bestandteil Ionium ist, das von Herrn F. Giesel zur Verfügung gestellt war. In der Tat hat dieses Radioelement für die Konstruktion der Kollektoren große Vorzüge. Zunächst bleibt die Aktivität des Ioniums praktisch konstant (Halbwertszeit sicher >3000 Jahre; die Angaben der Halbwertszeit des Ioniums schwanken von $25-10^4$ Jahre); sodann ist die Reichweite seiner α-Teilchen die kleinste, die existiert (2,8 cm), so daß die den Kollektor umgebende ionisierte Lufthülle von nur geringem Durchmesser ist. — Eine besondere Schwierigkeit bietet die Befestigung des Ioniums auf der Elektrode. Von dieser muß man verlangen, daß sie in Wind und Wetter das aktive Präparat festhält, ohne daß sie die Strahlung desselben in irgendeiner Weise beeinträchtigt. Diese Schwierigkeit wurde nach Herrn Geitels Vorschlag dadurch überwunden, daß Email als Kittungsmittel angewandt wurde. Nach manchen Mißerfolgen wurde die Befestigung des Ioniums auf das Email in folgender Weise ausgeführt: Auf einem einseitig angerauhten runden Kupferscheibchen wurde Emailpulver gehäuft und im Gebläse zu einem glasklaren Knopfe verschmolzen. Darauf wurde es in einen elektrischen Ofen gebracht, nachdem vorher das geglühte, fein gepulverte Ioniumpräparat darauf getragen war. Sowie das Email flüssig wurde, holte man die Scheibe heraus und ließ sie langsam erkalten. Durch Ausprobieren war festgestellt, daß bei einer Temperatur von 960° das Ionium gerade auf der Oberfläche eingebrannt war, ohne zu versinken. Die definitive Form der Kollektoren zeigt die Fig. 1.



A = Kupferplatte mit Klemme.
B = Email mit dem Ionium.
C = Platindrähte.

Fig. 1.

Die sechs feinen Platindrähte (C), die über das Email gespannt und unten an der Kupferscheibe verlötet sind, sollen die Leitung mit der Kollektorklemme verbessern.

Der Ioniumkollektor wurde nun in bekannter Weise im künstlichen Felde einer Probe unterworfen. Der Potentialverlauf innerhalb desselben wurde zunächst mit Hilfe eines Wassertropfkollektors untersucht und, wie die Fig. 2a zeigt, die Homogenität desselben als gut befunden (Fig. 2a und b). In derselben Figur

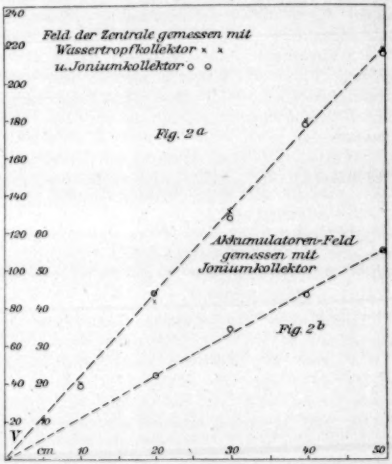


Fig. 2a u. b.

finden wir die Potentialwerte, die mit dem Ioniumkollektor am Fadenelektrometer nach Wulf für Felder von 220 V. und 60 V. erhalten wurden.

Sie liegen fast alle auf der das Potentialgefälle charakterisierenden Geraden. Der Referenzpunkt des Kollektors wurde in ca. 2,5 cm Entfernung von der Emailfläche festgestellt.

Um die Brauchbarkeit des Ioniumkollektors mit der des bekannten Wassertropfkollektors vergleichen zu können, gebe ich noch die folgende Tabelle mit dem Bemerken, daß die Aufladezeiten sich auf leicht bewegte Luft im Felde beziehen. Die Kapazitäten sind mit einem nach dem Prinzip von Harms konstruierten variabeln Zylinderkondensator gemessen worden.

Wassertropfkollektor.

Kapazität in cm	Aufladezeit auf 100 Volt in Sek.
43,0	5
100,3	13
208,4	25
291,0	35

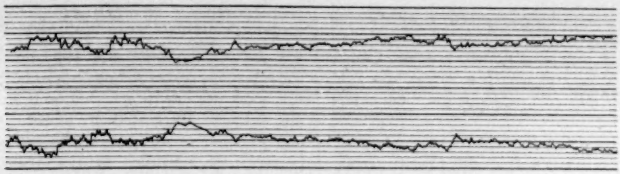


Fig. 3. Potentialgefälle zu Braunschweig reg. Nacht v. 14.—15. Jan. 11.

Ioniumkollektor.

Kapazität in cm	Aufladezeit auf 100 Volt in Sek.
17,9	5,5
75,0	23,0
183,0	53,0
266,0	73,0

Die Tabelle ergibt ja allerdings für die Aufladezeiten des Ioniumkollektors größere Werte als für den Tropfkollektor, aber sie sind immer noch kleiner als die bei Kollektoren anderer Art[1]).

Wie sich nun der Ioniumkollektor in Wind und Wetter halten wird, ist natürlich abzuwarten, da noch nicht genügend Versuche darüber vorliegen. Fig. 3 gibt uns den Verlauf des Potentialgefälles zu Braunschweig in der Nacht vom 14. zum 15. Januar 1911. Die Kurve ist aufgenommen mit Hilfe eines von der Firma Günther & Tegetmeyer im Zusammenhange mit dem Elektrometer von Wulf hergestellten Registrierapparates[2]).

Drei der beschriebenen Kollektoren, für die Herr Giesel das Material an Ionium kostenlos zur Verfügung gestellt, sind für die Deutsche Südpolarexpedition bestimmt.

1) A Gockel, Die Luftelektrizität; H. Dember, Über lichtelektrische Sonden usw., Königl. Sächs. Ges. d. Wiss., Leipzig, LXII. Band, S. 218 ff.

2) L'Électromètre bifilaire etc. par Th. Wulf, Louvain (Loewen) 1910.

Braunschweig, den 15. Januar 1911.

(Eingegangen 18. Januar 1911.)

Zur Diskussion über den starren Körper in der Relativitätstheorie.

Von M. Laue.

Seit die Dynamik des Massenpunktes durch Einstein und Planck dem Relativitätsprinzip angepaßt ist, haben eine Reihe von Autoren den weiteren Schritt versucht, die Dynamik des starren Körpers entsprechend umzuformen. Da sich die alten kinematischen Bedingungen der Starrheit nicht mit der Lorentz-Transformation vertragen, so kam es dabei zunächst darauf an, eine neue Definition dafür zu schaffen. Es ist das Verdienst von M. Born[1]) zuerst mit einer solchen hervorgetreten zu sein und damit das Problem aufgerollt zu haben. Nachdem Ehrenfest[2]), Herglotz[3]), Noether[4]) nachgewiesen haben, daß jene erste Definition nur 3 Freiheitsgrade für die Bewegung läßt, hat er noch eine zweite veröffentlicht, die deren 6 zugibt. Ferner macht im Anschluß an seine Kritik der Bornschen Definition Noether den Vorschlag, den starren Körper als ein Gebilde mit neun kinematischen Freiheitsgraden zu definieren. Und dieser Gedanke liegt bei der Minkowskischen Weltdarstellung auch besonders nahe. Hat doch ein sich stets kongruent bleibendes dreidimensionales geometrisches Gebilde im vierdimensionalen Raum $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ Freiheitsgrade; von den zugehörigen Raum-Zeit-Variablen kommt aber eine als willkürlicher, die Lage unterscheidender Parameter in Abzug, so daß nun 9 übrig bleiben. Alle drei Vorschläge haben den (durchaus zu billigenden) Gedanken gemein, daß ein starrer Körper im Gegensatz zu den unendlich vielen Freiheitsgraden des deformierbaren deren nur eine endliche Zahl besitzen kann (dabei ist selbstverständlich der Körper als Kontinuum gedacht). Wir wollen nun zeigen, daß das Relativitätsprinzip diese Möglichkeit aus dynamischen Gründen ausschließt, daß daher jeder Versuch dazu von vornherein aussichtslos ist. Um aber Mißdeutungen vorzubeugen, sei ausdrücklich bemerkt, daß sich natürlich unter gewissen Umständen ein Körper ohne Änderung der auf das jeweils mitbewegte System bezogenen Form bewegen kann; das beweist ja schon die gleichmäßig beschleunigte (Hyperbel-) Bewegung. Kann sich doch auch in der klassischen Hydrodynamik ein Flüssigkeitsteilchen gelegentlich so bewegen, als wäre es starr. Nur ist dies bei

1) M. Born, Ann. d. Phys. **30**, 1, 1909 und Göttinger Nachr. 1910, S. 161; ferner W. v. Ignatowski, Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.

2) P. Ehrenfest, diese Zeitschr. **10**, 918, 1909; **11**, 1127, 1910.

3) G. Herglotz, Ann. d. Phys. **31**, 393, 1910.

4) F. Noether, Ann. d. Phys. **31**, 919, 1910.

keinem Körper die allgemeinste mögliche Bewegung; vielmehr wollen wir ebenfalls an einem Beispiel zeigen, daß sich bei jedem Körper Vorgänge denken lassen, bei denen die Zahl der kinematischen Freiheitsgrade unendlich groß ist.

Wir gehen dabei von einem Satz aus, welchen schon Einstein[1]) in der Form ausgesprochen hat, daß für alle physikalischen Wirkungen eine Ausbreitung mit mehr als Lichtgeschwindigkeit ausgeschlossen ist. Wir legen der Betrachtung Minkowskis vierdimensionale Welt zugrunde ($u = ct$ als vierte Koordinate), in welcher jeder Weltpunkt ein Ereignis nach Ort und Zeit repräsentiert und behaupten: alle Ereignisse, welche Wirkungen des durch den Weltpunkt O dargestellten Geschehnisses sein können, werden durch Weltpunkte des Nachkegels oder solche jenseits von O repräsentiert; alle Ereignisse, welche als Ursachen des Ereignisses O in Betracht kommen können, werden durch Weltpunkte des Vorkegels oder durch diesseits liegende dargestellt. Punkte des Zwischengebietes von O dagegen können mit O nicht in kausalem Zusammenhange stehen. Der Beweis lautet: Ein Punkt P des Zwischengebietes ist je nach Wahl des Bezugssystems früher oder später als O. Ein Naturgesetz, welches O und P verknüpfen sollte, müßte also in einem Teil der berechtigten Systeme O als Ursache und P als Wirkung, in einem anderen Teile P als Ursache und O als Wirkung angeben. Dem widerspricht das Relativitätsprinzip, demzufolge die Naturgesetze in allen berechtigten Systemen die gleiche Form haben sollen.

Nun ruhe ein Körper zunächst in einem System K^0, so daß die Weltlinien seiner Punkte zueinander parallele Gerade sind. Nur von dem Weltpunkt O an weiche die nach O führende Weltlinie allmählich von ihrer bisherigen Richtung ab. Diese Störung wird entsprechende Störungen im Verlaufe aller anderen Weltlinien zur Folge haben, aber frühestens dann, wenn diese in den Nachkegel von O eintreten. Bis dahin liegen sie nämlich im Zwischengebiet oder gar diesseits von O, können also von der Störung in O nicht beeinflußt werden.

Derartige Störungen mögen nun nicht nur in einem Punkte O eintreten, sondern in n Punkten O_i, welche alle in einem ebenen Raume $u^0 = U$ liegen. Es gibt dann stets einen Raum $u^0 = U + \Delta U$ ($\Delta U > 0$), in welchem seine n Schnitte mit den Nachkegeln der Punkte O_i sich noch nicht überdecken, sondern sich vollständig ausschließen. Die Bewegung des Körpers in dem Zeitpunkt $t^0 = \frac{U + \Delta U}{c}$ hat dann sicherlich n-Freiheitsgrade. Ein Teil von ihm, welcher noch keinem dieser Schnitte angehört, ruht nämlich nach wie vor in K^0, während in den durch die Schnitte dargestellten Teilen je eine von den anderen Störungen unabhängige Bewegung herrscht, die natürlich mindestens einen Freiheitsgrad hat. Die Zahl n der Störungspunkte läßt sich aber beliebig vergrößern; die Zahl der kinematischen Freiheitsgrade eines Körpers hat somit keine obere Grenze.

Nun gibt es freilich in der Newtonschen Mechanik noch eine andere, dem physikalischen Sachverhalt sogar besser als die kinematische angepaßte Definition der Starrheit; man betrachtet den starren Körper dabei als Grenzfall eines deformierbaren mit sehr großen Elastizitätskoeffizienten. Dieser Grenzübergang läßt sich jedenfalls auch in der Relativitätstheorie durchführen und würde zwar nicht zum starren, wohl aber zu dem so wenig wie möglich deformierbaren Körper führen, welcher vielleicht auch besonders einfache Eigenschaften hat. Jedenfalls ist das Problem — damit kommen wir zu der schon von Planck[1]) gezogenen Schlußfolgerung — nur von seiten der (der Relativitätstheorie anzupassenden) Elastizitätslehre zu lösen.

Die Notwendigkeit, bei jedem Körper, gleichviel welcher Beschaffenheit, die Möglichkeit von Formänderungen zuzugeben, wird auch in sehr sinnfälliger Weise erläutert durch ein Beispiel, das von Einstein gesprächsweise angegeben und von Sommerfeld in einer Diskussion auf der Königsberger Naturforscherversammlung mitgeteilt worden ist[2]). Wir benutzen dabei immer ein und dasselbe Bezugssystem. In diesem ruht ein Lineal, während ein anderes, das mit dem ersten den Winkel α bildet, mit der Geschwindigkeit q senkrecht zu seiner Richtung fortschreitet. Der Schnittpunkt beider Lineale wandert dann auf dem ersten mit der Geschwindigkeit $V = \frac{q}{\sin \alpha}$, und auch wenn q durchaus mäßige Werte hat (etwa 1 cm/sec), so kann man es durch Wahl eines hinreichend kleinen Wertes für α erreichen, daß V größer wird, als die Lichtgeschwindigkeit c. An diesem rein geometrischen Schluß kann selbstverständlich keine physikalische Theorie etwas ändern. Widerspricht dieser Sachverhalt nun dem Einsteinschen Satz, daß sich physikalische Wirkungen nicht mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreiten können?

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 891, 1905.

1) M. Planck, diese Zeitschr. 11, 294, 1910.

2) Diese Zeitschr. 11, 975, 1910. Ich möchte nicht unerwähnt lassen, daß ich mehrfach Gelegenheit hatte, mit Hrn. Prof. Sommerfeld über diese Dinge zu sprechen.

Es ist natürlich ein leichtes, in verschiedenen Punkten des ruhenden Lineals Vorrichtungen anzubringen, welche im Augenblick, da der Schnittpunkt über sie hinwegstreicht, irgendwelche physikalischen Ereignisse auslösen. Darin liegt aber kein Widerspruch gegen den fraglichen Satz. Denn diese Ereignisse stehen untereinander nicht in dem Zusammenhange wie Ursache und Wirkung, sondern sie sind alle Wirkungen der Ursachen, welche die gleichförmige Bewegung des zweiten Lineals veranlassen. Entfernt man z. B. wieder beliebig viele von den genannten Vorrichtungen, so werden die übrigbleibenden demnach genau so funktionieren, wie vorher.

Anders verhielte es sich, wenn sich der folgende Fall realisieren ließe: Wir bringen in einem Punkte B des ruhenden Lineals wieder eine der genannten Einrichtungen an. Anfänglich ruht auch das zweite Lineal; der Schnittpunkt beider möge in diesem Stadium mit dem Punkt A des ersten zusammenfallen. Dann aber ereignet sich irgendein Geschehnis in A, welches die Ursache dafür wird, daß das zweite Lineal sich so gut wie momentan in seiner ganzen Länge mit der oben definierten Geschwindigkeit q in Bewegung setzt. Der Schnittpunkt durchläuft dann das ruhende Lineal als Signal des Ereignisses in A und das in B ausgelöste Ereignis ist eine Wirkung der Ursache, die sich in A zugetragen hat; die Übertragung von A nach B erfolgt mit der Überlichtgeschwindigkeit V.

Warum läßt sich nun dieser Vorgang nicht verwirklichen? Nun, der Übertragungsmechanismus versagt dabei notwendigerweise. Das zweite Lineal, das durch einen von A ausgehenden Impuls momentan in Bewegung gebracht werden soll, bleibt nicht gerade, sondern baucht sich in A aus. Die Geschwindigkeit, mit der die von A ausgehende Störung des Anfangszustandes sich den anderen Punkten des Lineals mitteilt, ist selbst höchstens gleich der des Lichtes, die entfernten Teile bleiben zunächst noch in Ruhe, erst nach einer gewissen Zeit ergreift auch sie die Störung. Der obige Schluß, $V > c$, gilt aber nur für Bewegungen, bei denen das Lineal gerade ist; über den zuletzt besprochenen Vorgang sagt er gar nichts aus. Dessen Theorie ließe sich vielmehr erst auf Grund der Elastizitätslehre mathematisch ausarbeiten.

Es besteht hier eine weitgehende Analogie zu dem von Sommerfeld (l. c.) bereits herangezogenen Fall der Fortpflanzung des Lichts. Rein periodische, also zeitlich unbegrenzte Wellenzüge können nicht als Signal für das Eintreten eines Ereignisses dienen. Dementsprechend bedeutet es keinen Widerspruch gegen die Relativitätstheorie, daß unter Umständen (in dispergierenden Körpern und für anomale Spektralbereiche) die Phasengeschwindigkeit regelmäßiger Sinuswellen größer ist als c. Wohl aber kann ein (einseitig oder beiderseitig) abgebrochener Wellenzug — allgemeiner gesagt irgendeine Unterbrechung in der Regelmäßigkeit c der Schwingungen — ein Signal darstellen. In allen derartigen Fällen pflanzt sich aber die Front der Störung genau mit der Geschwindigkeit c fort, und die Störung ist anfangs so klein, daß ihr bemerkbarer Hauptteil meist erheblich später kommt.

Dem unbegrenzten periodischen Wellenzuge entspricht in unserem mechanischen Beispiel die gleichförmige, also auch zeitlich unbegrenzte Bewegung des Lineals, der Unterbrechung regelmäßiger Periodizität der Schwingungen entspricht die Beschleunigung von der Ruhe (oder allgemeiner: eine Geschwindigkeitsänderung). Die ersteren Vorgänge sind beide gleich ungeeignet zu Signalen, die beiden anderen können wohl dazu dienen, übermitteln sie aber auch im besten Falle nur mit Lichtgeschwindigkeit.

München, Institut für theoretische Physik. Januar 1911.

(Eingegangen 21. Januar 1911.)

Über die gegenseitige Masse kugelförmiger Elektronen[1]).

Von Ludwig Silberstein.

Ein Blick auf die Struktur des elektromagnetischen Impulses, aus dem sich die beiden elektromagnetischen Massen unmittelbar ableiten, genügt, um einzusehen, daß die Gesamtmasse eines Systems von Elektronen von der Summe der Massen seiner Bestandteile verschieden sein wird. Die Differenz beider Größen kann füglich als die gegenseitige Masse bezeichnet werden.

Nach der mir zu Gebote stehenden Literatur zu urteilen, ist dieser Gegenstand nur in den Lorentzschen Vorträgen[2]) berücksichtigt worden. Lorentz begnügt sich mit der Bemerkung, daß zwar im allgemeinen die oben sogenannte gegenseitige Masse, wegen der Kleinheit der Elektronen und relativ großen gegenseitigen Entfernung, zu vernachlässigen sei, daß es jedoch wichtige Fälle gäbe, in welchen dies nicht statthaft ist, namentlich dann, wenn zahlreiche Elektronen durch Super-

1) Nach einer kurzen Mitteilung des Verfassers an die Sektion III des vierten Kongresses der Società Italiana per il Progresso delle Scienze, Neapel, Dezember 1910.

2) The Theory of Electrons etc. A course of lectures delivered in Columbia University, New York, in march and april 1906. — Leipzig, B. G. Teubner, 1909.

position ihrer Felder einen sichtbaren makroskopischen Effekt ergeben[1]).

Jedenfalls schien es mir der Mühe wert, wenigstens für einen konkreten Fall den vollständigen mathematischen Ausdruck der gegenseitigen Masse zweier Elektronen aus den Grundformeln der Elektronentheorie herzuleiten. Als Beispiel wählte ich kugelförmige Elektronen mit homogener Volumladung, die sich im Bewegungszustand nach Lorentzscher Art abplatten.

Offenbar genügt es, ein Paar solcher Elektronen zu betrachten. Der Allgemeinheit halber mögen sie verschiedene Ladungen, e_1, e_2, und verschiedene Radien, R_1, R_2, haben.

Bewegt sich das Elektronenpaar in Richtung der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte 1, 2, die als z-Achse gewählt werden mag, mit der (skalaren) Geschwindigkeit v, so ist das ganze Feld axial-symmetrisch, die Richtung des elektromagnetischen Impulses fällt mit der Bewegungsrichtung zusammen und sein absoluter Betrag wird bekanntlich:

$$G = \frac{v}{c^2}\int S^2 d\tau, \qquad (1)$$

wo S den transversalen Teil des elektrischen Vektors, c aber die Lichtgeschwindigkeit bedeutet, und die Integration auf den ganzen Raum τ (x, y, z) zu erstrecken ist.

Hebt man die Eigenfelder eines jeden der beiden Elektronen durch die Indizes 1, 2 hervor, setzt man also den Vektor S gleich $S_1 + S_2$, so erhält man nach (1)

$$G = G_1 + G_2 + G_{12},$$

wo

$$G_{12} = 2\frac{v}{c^2}\int S_1 S_2 d\tau. \qquad (2)$$

Hierin bedeutet $S_1 S_2$ das skalare Produkt der Vektoren S_1, S_2. Sind φ_1, φ_2 die skalaren Potentiale der Eigenfelder, so hat man

$$S_1 S_2 = \frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\frac{\partial\varphi_2}{\partial x} + \frac{\partial\varphi_1}{\partial y}\frac{\partial\varphi_2}{\partial y} = \frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s},$$

wo $s = \sqrt{x^2 + y^2}$ die Entfernung eines Punktes von der Symmetrieachse bedeutet, also

$$G_{12} = \frac{2v}{c^2}\int \frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s} d\tau. \qquad (3)$$

Man setze nun zur Abkürzung

$$\gamma = 1\Big/\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

und führe anstatt τ den bekannten Hilfsraum τ': $x' = x$, $y' = y$, $z' = \gamma z$ ein, auf den sich alle akzentuierten Buchstaben beziehen sollen. Da offenbar $s' = s$ ist und die Funktionaldeterminante $\frac{D(x, y, z)}{D(x', y', z')}$ den Wert $1/\gamma$ hat, so erhält man

$$G_{12} = \frac{2v}{c^2\gamma}\int \frac{\partial\varphi_1}{\partial s'}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s'} d\tau', \qquad (3')$$

wo nunmehr die Integration über den ganzen Raum τ' zu erstrecken ist.

Letztere Formel gilt für ein beliebiges axialsymmetrisches Elektronenpaar.

In dem zu betrachtenden Falle zweier kugelförmiger Elektronen ist

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{\gamma e_1}{4\pi r_1'}, \text{ für } r_1' > R_1 \\ \varphi_1 &= \text{const} - \frac{\gamma e_1 r_1'^2}{8\pi R_1^3} \text{ für } r_1' < R_1 \\ \varphi_2 &= \frac{\gamma e_2}{4\pi r_2'}, \text{ für } r_2' > R_2 \\ \varphi_2 &= \text{const} - \frac{\gamma e_2 r_2'^2}{8\pi R_2^3} \text{ für } r_2' < R_2, \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

wo r_1', r_2' die Entfernungen eines Punktes im Raume τ' von den Mittelpunkten 1, 2 des ersten, resp. des zweiten Elektrons bedeuten. Ist a die gegenseitige Entfernung der Mittelpunkte 1, 2 im Ruhezustand, so wird sie im bewegten System zu a/γ; im Hilfsraum τ' hat man also wieder $a' = a$; in demselben Raume sind die beiden Elektronen wiederum Kugeln von den Radien R_1, R_2. Indem man dies festhält, hat man (4) in (3') einzusetzen und das Integral auszuwerten.

Die Einzelheiten der Rechnung stellen sich verschieden dar, je nachdem die Kugeln R_1, R_2 sich gegenseitig ausschließen oder sich teilweise decken oder einander einschließen. Für mögliche Anwendungen wird es genügen, von diesen drei Fällen nur den ersten und den letzten zu betrachten.

1. $$a > R_1 + R_2.$$

Bezeichnet man in diesem Falle mit (1), (2), (3) die Innenräume der beiden Kugeln, bez. den übrigen Außenraum, so erhält man nach (3') und (4):

$$\frac{8\pi^2 c^2}{e_1 e_2 \gamma v} G_{12} = \frac{1}{R_1^3} J_1 + \frac{1}{R_2^3} J_2 + J_3, \qquad (5)$$

wo

$$J_1 = \int_{(1)} \frac{s^2}{r_2^3} d\tau;\ J_2 = \int_{(2)} \frac{s^2}{r_1^3} d\tau;\ J_3 = \int_{(3)} \frac{s^2}{r_1^3 r_2^3} d\tau.$$

Da sich alles auf den Hilfsraum τ' bezieht, so konnten hier, der bequemeren Schreibweise halber, die Akzente bei sämtlichen Buchstaben fortgelassen werden.

Das Integral J_2 folgt aus J_1 durch Vertauschung der Indizes 1, 2. Es genügt also, J_1 und J_3 auszuwerten.

1) H. A. Lorentz, loc. cit. S. 47—48 und Note 17, S. 250—251.

Wegen der axialen Symmetrie hat man zunächst

$$J_1 = 2\pi \int_{(1)} \sin^3\theta_2 \, d\sigma; \quad J_3 = 2\pi \int_{(3)} \frac{\sin^2\theta_1 \cdot \sin\theta_2}{r_1 \cdot r_2^2} d\sigma,$$

wo $d\sigma$ ein Flächenelement der Meridian-Halbebene bedeutet und die Bedeutung der übrigen Symbole aus Fig. 1 erhellt. Als Integrationsvariabeln

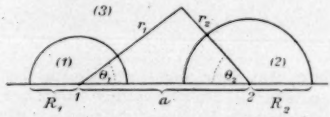


Fig. 1.

empfiehlt es sich, r_1, r_2 selbst zu wählen. Alsdann ist

$$d\sigma = \frac{dr_1 dr_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{r_1}{a \sin\theta_2} dr_1 dr_2,$$

und da die Beziehung

$$\sin^2\theta_2 = 1 - \frac{(a^2 + r_2^2 - r_1^2)^2}{4a^2 r_2^2}$$

besteht, so hat man

$$J_1 = \frac{2\pi}{a} \int_0^{R_1} r_1 dr_1 \int_{a-r_1}^{a+r_1} \left| 1 - \frac{(a^2 + r_2^2 - r_1^2)^2}{4a^2 r_2^2} \right| dr_2,$$

woraus sich ohne weiteres ergibt:

$$J_1 = \frac{8\pi R_1^5}{15 a^3}, \tag{6}$$

folglich auch

$$J_2 = \frac{8\pi R_2^5}{15 a^3}. \tag{7}$$

Die Berechnung von J_3 gestaltet sich etwas umständlicher. Vor allem hat man, nach dem Obigen:

$$J_3 = \frac{2\pi}{a} \int\int_{(3)} \frac{\sin^2\theta_1}{r_2^2} dr_1 dr_2,$$

wo

$$\sin^2\theta_1 = 1 - \frac{(a^2 + r_1^2 - r_2^2)^2}{4a^2 r_1^2}$$

einzusetzen ist. Faßt man ferner das unbestimmte Integral

$$Q = \int \frac{\sin^2\theta_1}{r_2^2} dr_2 =$$

$$= \frac{(a^2 - r_1^2)^2 + 2(a^2 + r_1^2) r_2^2 - \frac{r_2^4}{3}}{4a^2 r_1^2 \cdot r_2}$$

ins Auge, versteht unter $Q(u)$ den Wert von Q für $r_2 = u$ und berücksichtigt die Integrationsgrenzen, so erhält man zunächst

$$\frac{a}{2\pi} J_3 = \int_{R_1}^{\infty} dr_1 Q(a + r_1) - \int_{R_1}^{a - R_2} dr_1 Q(a - r_1) -$$

$$- \int_{a - R_2}^{a + R_2} dr_1 Q(R_2) - \int_{a + R_2}^{\infty} dr_1 Q(r_1 - a).$$

Setzt man hierin das obige Q für die betreffenden Argumente ein und führt man die Quadraturen aus, so erhält man eine ansehnliche Zahl von Gliedern, die sich aber ohne weiteres zu dem verhältnismäßig einfachen, wie zu erwarten, symmetrischen Ausdruck:

$$J_3 = \frac{4\pi}{a^3} \left| a^2 - \frac{1}{3}(R_1^2 + R_2^2) \right| \tag{8}$$

zusammenziehen.

Substituiert man nun die gefundenen Werte (6), (7), (8) in (5), so folgt schließlich:

$$G_{12} = v\gamma \cdot \frac{e_1 e_2 / c^2}{2\pi a} \left\{ 1 - \frac{1}{5} \frac{R_1^2 + R_2^2}{a^2} \right\}. \tag{9}$$

Dieser Ausdruck des sozusagen gegenseitigen Impulsanteils des Elektronenpaares hängt von der Geschwindigkeit lediglich durch das Produkt $v\gamma$ ab, also genau in derselben Weise wie die eigenen Impulse der einzelnen Elektronen. Denn bekanntlich ist für ein Lorentzsches Elektron mit homogener Volumladung (immer in den „rationalen" Heavisideschen Einheiten):

$$G_1 = v\gamma \cdot \frac{e_1^2 / c^2}{5\pi R_1}$$

und ebenso

$$G_2 = v\gamma \cdot \frac{e_2^2 / c^2}{5\pi R_2}.$$

Aus dem Impuls erhält man durch Division mit v die transversale, und durch Differentiation nach v die longitudinale elektromagnetische Masse. Die Abhängigkeit der gegenseitigen Masse der ersten und der zweiten Art von der Geschwindigkeit wird also genau dieselbe sein, wie für die Eigenmassen der einzelnen Elektronen. Es wird deshalb genügen, die gegenseitige Ruhmasse des Elektronenpaares hinzuzuschreiben, die mit m_{12} bezeichnet werden soll. Man erhält sie aus (9) einfach durch Fortlassung des Faktors $v\gamma$. Es ist also für den Fall zweier sich ganz ausschließenden Elektronen:

$$m_{12} = \frac{e_1 e_2 / c^2}{2\pi a} \left\{ 1 - \frac{1}{5} \frac{R_1^2 + R_2^2}{a^2} \right\}. \tag{I}$$

Bezeichnet man die Ruhmassen der einzelnen Elektronen mit m_1, m_2 und die Ruhmasse des Systems mit $\mathfrak{M}$, so wird also

$$\mathfrak{M} = m_1 + m_2 + m_{12},$$

wobei

$$m_1 = \frac{e_1^2 / c^2}{5\pi R_1}, \quad m_2 = \frac{e_2^2 / c^2}{5\pi R_2}.$$

Durch Einführung letzterer Ausdrücke kann man anstatt (I) füglich schreiben

$$m_{12} = + \sqrt{m_1 m_2} \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{2a} \left\{ 5 - \frac{R_1^2 + R_2^2}{a^2} \right\}. \tag{I}$$

Für gleichnamige Ladungen ist das obere, für ungleichnamige das untere Zeichen zu nehmen.

Für gleiche Radien $R_1 = R_2 = r$ und gleiche (gleichnamige) Ladungen, also auch für gleiche Eigenmassen $m_1 = m_2 = m$, wie es für die eigentlichen, negativen, Elektronen allgemein vorausgesetzt wird, erhält man aus (1'):

$$m_{12} = m\frac{r}{2a}\left(5 - 2\frac{r^2}{a^2}\right). \qquad \text{(Ia)}$$

Beispielsweise folgt hieraus für zwei sich berührende Elektronen $m_{12} = \frac{9}{8}m$, so daß die Gesamtmasse $\mathfrak{M}$ eines solchen Elektronenpaares $3^1{}_8\, m$ beträgt[1]). Ebenso würde für drei sich gegenseitig berührende Elektronen $\mathfrak{M}_3 = 6^3{}_8\, m$ sein, und für vier $\mathfrak{M}_4 = 10^3{}_4\, m$.

Es sollen dies offenbar nur rein abstrakte, illustrierende Beispiele sein. In Wirklichkeit wird man eher mit sehr kleinen Werten von r/a zu tun haben; alsdann kann man das quadratische Glied ohne weiteres fortlassen und, auch wenn es sich um zahlreiche Elektronen handelt, für jedes einzelne Paar

$$m_{12} : \frac{5}{2}\, m\frac{r}{a}. \qquad \text{(Ib)}$$

hinschreiben. Ohne hier noch auf praktische Anwendungen einzugehen, will ich jetzt den anderen der oben erwähnten Fälle anführen.

2. Die Kugel R_1 ist ganz in der Kugel R_2 enthalten.

In diesem Falle erhält man nach (3') und (4), wenn man sofort zur Ruhmasse übergeht:

$$m_{12} = \frac{e_1 e_2 c^2}{4\pi}\left\{\frac{J_1}{(R_1 R_2)^3} + \frac{J_2'}{R_2{}^3} + J_3\right\}, \qquad (10)$$

wo

$$J_1 = \int_{(1)} s^3 d\sigma,\quad J_2' = \int_{(2')}\left(\frac{s}{r_1}\right)^3 d\sigma,\quad J_3 = \int_{(3)}\left(\frac{s}{r_1 r_2}\right)^3 d\sigma$$

hier bedeutet (2') den Halbkreis R_2 nach Ausschluß des Halbkreises R_1 (Fig. 2) und die

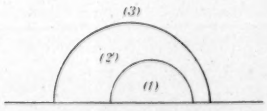


Fig. 2.

übrigen Symbole haben ihre frühere Bedeutung. Für das erste Integral, in welchem r_2 gar nicht vorkommt, erhält man ohne weiteres

$$J_1 = \int_0^{R_1} r^4 dr \int_0^{\pi} \sin^3\theta\, d\theta = \frac{4}{15} R_1{}^5.$$

Für die beiden anderen Integrale hat man, nach Einführung von r_1, r_2 als Integrationsvariablen, durch eine ähnliche Rechnung wie in dem ersten Falle:

$$J_2' = -\frac{2}{5}a^2 + \frac{2}{3}(R_2{}^2 - R_1{}^2)$$

$$J_3 = \frac{4}{3}\frac{1}{R_2}.$$

Setzt man diese drei Integralwerte in (10) ein, so folgt für die gegenseitige Ruhmasse der einander umschließenden Kugeln:

$$m_{12} = \frac{e_1 e_2 / c^2}{2\pi R_2}\left\{1 - \frac{1}{5}\frac{a^2 + R_1{}^2}{R_2{}^2}\right\}. \qquad \text{(II)}$$

Man bemerke, daß diese Formel aus (I) durch zyklische Vertauschung von R_1, a, R_2 entsteht.

Führt man in (II) wiederum die Massen m_1, m_2 ein, so folgt:

$$m_{12} = +\frac{1}{2}\sqrt{m_1 m_2}\cdot\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\left\{5 - \frac{a^2 + R_1{}^2}{R_2{}^2}\right\}. \qquad \text{(II')}$$

Die gegenseitige Masse ist wiederum positiv für gleichnamige, negativ für ungleichnamige Ladungen.

Von praktischem Interesse dürfte diese Formel für das von Lord Kelvin erdachte und später von J. J. Thomson etwas näher ausgeführte Atommodell sein, welches aus einer Anzahl n von negativen Elektronen (Korpuskeln) besteht, die innerhalb einer „positiven Kugel" verteilt sind. Für diesen Fall können wir bequemer schreiben

$R_1 = r$ Radius eines jeden Korpuskels,
$e_1 = -e$ Ladung „ „ „ „
$m_1 = m$ Masse „ „ „ „
$R_2 = R$ Radius der positiven Kugel,
$m_2 = M$ Masse „ „ „ [1]).

Ferner ist, falls das ganze System (d. h. Atom) elektrisch neutral sein soll:

$$e_2 = ne$$

zu setzen. Bezeichnen wir noch mit a_i die Entfernung des Mittelpunkts des i-ten Korpuskels vom Mittelpunkt der positiven Kugel und mit m_{iK} die gegenseitige Masse eines Korpuskels und dieser Kugel, so wird nach (II):

$$m_{iK} = -\frac{ne^2/c^2}{2\pi R}\left\{1 - \frac{r^2 + a_i^2}{5R^2}\right\}$$

oder, nach (II'):

$$m_{iK} = -\frac{1}{2}\sqrt{mM}\sqrt{\frac{r}{R}}\left\{5 - \frac{r^2 + a_i^2}{R^2}\right\}.$$

1) Hierin wird man nichts Überraschendes erblicken, wenn man bedenkt, daß die Gesamtmasse zweier sich durchdringenden Elektronen $4m$ betragen würde, so daß in diesem Falle $m_{12} = 2m$ wäre.

1) Unter „Masse" wird hier durchwegs nur die rein elektromagnetische Masse verstanden.

Da aber

$$M = \frac{n^2 e^2/c^2}{5\pi R} = n^2 m \frac{r}{R} \qquad (11)$$

ist, so hat man schließlich:

$$m_{iK} = -\frac{m}{2} n \frac{r}{R}\left\{5 - \frac{r^2 + a_i^2}{R^2}\right\}. \qquad (12)$$

Für die gegenseitige Masse je zweier Korpuskeln i, j hat man nach der früheren Formel (1a):

$$m_{ij} = \frac{m}{2}\frac{r}{a_{ij}}\left(5 - 2\frac{r^2}{a_{ij}^2}\right), \qquad (13)$$

wo a_{ij} die gegenseitige Entfernung ihrer Mittelpunkte bedeutet.

Für die elektromagnetische Gesamtmasse des ganzen Systems erhält man also durch Zusammenziehung der n Glieder (12) mit der Kugelmasse (11):

$$\mathfrak{M} = mn\left\{1 - \frac{1}{2} n \frac{r}{R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2}\frac{r}{R^3}\Sigma a_i^2\right\} + \Sigma m_{ij}, \qquad (III)$$

wo die letzte Summe $\frac{1}{2} n(n-1)$ Glieder von der Form (13) enthält.

Der Radius r ist von der Größenordnung 10^{-13} cm; nach Thomsons Anschauungen wäre R den Moleküldimensionen vergleichbar, also r/R von der Ordnung 10^{-5}, so daß r^2/R^2 im zweiten der eingeklammerten Glieder zu vernachlässigen wäre; ob auch das ganze zweite Glied zu streichen ist, hängt natürlich von der Anzahl n der negativen Elektronen oder Korpuskeln ab; dieselbe Bemerkung gilt für das dritte Glied, da ja die einzelnen a_i, die man aus den Gleichgewichtsbedingungen zu eruieren hätte, von der Größenordnung des Kugelradius R sind und in der Anzahl n vorkommen. Die Thomsonsche Annahme über R ist übrigens gar nicht zwingend. Schließlich kann die Doppelsumme in (III), die ja $\frac{1}{2} n(n-1)$ Glieder enthält, unter Umständen beträchtliche Werte erreichen.

Zahlenmäßige Beispiele, sowohl zur Formel (I) wie auch (III), behalte ich mir für künftige Mitteilungen vor. An dieser Stelle mag nur kurz bemerkt werden, daß die gegenseitige elektromagnetische Masse zwar für freie Elektronen, wie z. B. in den primären und sekundären Kathodenstrahlen, physikalisch ganz ohne Belang zu sein scheint (indem sie hier für je ein Paar von der Ordnung $10^{-11} m$ oder mindestens $10^{-10} m$ wird), daß sie aber für das Innere des Atoms einen durchaus nicht wegzuwerfenden Posten liefern kann.

Cà di Savena, Monzuno, Neujahr 1911.

(Eingegangen 7. Januar 1911.)

Zur Thermodynamik des Wasserdampfes.

Von E. Wertheimer.

Im folgenden wird versucht für Wasserdampf eine Zustandsgleichung zu geben, deren Geltung sich auf die Nähe des Sättigungszustands beschränken soll, also auf Dämpfe im eigentlichen Sinne. Insbesondere soll der Abstand vom Kondensationspunkt für das betreffende spezifische Volumen des Dampfes 100 bis 150° C nicht übersteigen.

Schon Ramsay und Young[1]) haben ungesättigte Dämpfe in der Weise behandelt, daß sie isochore Zustände miteinander verglichen. Dabei stellte sich heraus, daß

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = F(v)$$

unabhängig von T ist. Es scheint, daß sich für Wasserdampf $F(v)$ in einfacher Weise durch den zu dem betreffenden spezifischen Dampfvolumen gehörigen Sättigungsdruck p_s ausdrücken läßt. Wir setzen

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{p_s}{330}, \qquad (1)$$

somit

$$p = p_s\left(1 + \frac{T - T_s}{330}\right). \qquad (1a)$$

Zur Ermittelung von p_s und T_s in jedem Einzelfalle ist die Kenntnis der Beziehung zwischen v, p_s und T_s im Sättigungszustand wünschenswert. Da dieser nur von einer Variablen abhängt, so braucht man zwei Gleichungen zwischen den Größen. Zur Darstellung des Sättigungszustandes über 415° absolut möge die folgende Doppelgleichung angewandt werden:

$$p_s + A p_s^2 = \frac{R}{m} \cdot 330\left(\frac{1}{v} + \frac{B}{v^2}\right) = C \cdot T_s^{16}. \qquad (2a, 2b)$$

Als Werte der Konstanten sind für mm Hg und cm³ genommen:

$$A = \frac{1}{5776}, \qquad B = 366{,}3 \cdot m - 18,$$

$$R = 62313, \qquad C = \frac{1}{246^{16}}.$$

Umstehende Tabelle zeigt die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Letztere entstammen zum Teil den Tabellen von Landolt-Börnstein, zum Teil dem Handbuch der Physik, III, S. 992 u. ff.

Wenn im kritischen Punkt nur Doppelmolekeln vorhanden sind und wir das kritische Volumen nur etwa halb so groß nehmen, als die Gleichung (2) ergeben würde, so ist das berechnete kritische Volumen $\frac{10{,}02}{2} = 5{,}01$ unter Berücksichtigung

1) Siehe Winkelmann, Handbuch der Physik, III, 2. Aufl., S. 1142, No. 48.

T_s	p_s in Atmosphären berechnet	p_s in Atmosphären beobachtet	v berechnet	v beobachtet
415,2	$\frac{2888}{760}$	$\frac{2888}{760}$	469	470
417	4	4	447	448,4
453,3	10,02	10	189,6	189,8
486	19,71	20	99,4	—
503	27	27,5	73,3	73,06
523	38,1	39,2	52,4	51,43
525,5	39,71	40	50,3	—
538,9	49,35	50	40,6	—
543	52,7	—	38,1	36,15
638	200,85	$\begin{cases} 200{,}05 \\ 196 \end{cases}$	$\frac{10{,}02}{2}$	4,812

der experimentellen Schwierigkeiten in guter Übereinstimmung mit der Messung von Battelli (4,812). Die Druckformel stimmt, wie man sieht, für die kritische Temperatur.

Trotz ihrer einfachen Form — denn die Gleichung zwischen je zwei Variablen enthält nur zwei Konstanten — liefert also die Formel (2) in einem sehr großen Intervall jede Variable als Funktion jeder der beiden anderen, was wohl keine andere bekannte Zustandsgleichung leistet. Auf eine theoretische Begründung kann jedoch an dieser Stelle nicht eingegangen werden[1]).

Unterhalb 415° abs., also bei kleinen Sättigungsdrucken, zeigt die Formel (2) Abweichungen von den richtigen Werten. Es läßt sich aber auch für niedrige Drucke eine mit den experimentellen Daten übereinstimmende Gleichung angeben. Sie gibt zwar nicht die drei Variablen getrennt, wie es von einer Sättigungsgleichung verlangt werden muß, gestattet jedoch in bequemer Weise aus bekannten p_s und T_s das zugehörige v zu berechnen, hat also auch einen praktischen Wert.

Die Gleichung soll lauten:

$$p_s \cdot v = \frac{R}{m} \cdot \frac{330}{387} \cdot (T_s + 57). \qquad (3)$$

Man überzeugt sich, daß die Formel die experimentellen Daten für den Sättigungszustand besser wiedergibt als die Gasgleichung

$$p_s \cdot v = \frac{R}{m} \cdot T_s,$$

deren Werte zum Vergleich der nachstehenden kleinen Tabelle beigefügt sind.

T_s	p_s beob.	v beob.	$p_s v \cdot 10^{-3}$ beob.	$\left[p_s v = \frac{R}{m} \cdot \frac{330}{387}(T_s+57)\right] \cdot 10^{-3}$	$\left(p_s v = \frac{R}{m} \cdot T_s\right) \cdot 10^{-3}$
253	0,93	994780	925	915	876
273	4,60	210680	969	974	945
285,3	10,68	94110	1005	1010	988
293	17,39	58727	1021	1033	1014
313	54,91	19647	1079	1092	1084
330,5	132,7	8518	1131	1142	1144
353	354,6	3380	1201	1210	1222
373	760	1651	1255	1270	1291
393	1491	876	1306	1328	1360

Insbesondere zeigt die Tabelle auch, daß die Abweichungen von dem „idealen" Verhalten unterhalb 330° abs. mit zunehmendem v wachsen, im Gegensatz zu dem Verhalten vollkommener Gase bei isothermen Zuständen.

Sind die Sättigungswerte bekannt, so gelangt man zu ungesättigten Zuständen durch die Gleichung

$$p = p_s\left(1 + \frac{T - T_s}{330}\right). \qquad (1a)$$

Um die Richtigkeit der Formel zu zeigen mögen einige Beispiele angeführt werden. Die experimentellen Angaben entstammen dem Handbuch der Physik III, 1120.

Es gehören zusammen (experimentell)			Sättigungsdruck $p_s = F(v)$	Siedetemperatur $T_s = f(v)$	$T - T_s$	p berechnet nach Gl. (1a)	Fehler Proz.
p	T	v					
19,48	330,1	58335,3	17,51 experimentell	293,1 experimentell	37	19,474	0
1061,4	504,4	1621	773,7 experimentell	373,5 experimentell	131	1080	2
4090	504,4	416,16	3290 berechnet aus Gl. (2)	419,8 berechnet aus Gl. (2)	84,6	4133	1
7891	504,4	211,35	6790 berechnet aus Gl. (2)	448,3 berechnet aus Gl. (2)	56	7942	1

1) Da die Gleichung (2) wegen T_s^{16} offenbar eine Strahlungsformel ist, habe ich in einer kleinen Arbeit, „Versuch einer elektromagnetischen Theorie des Wasserdampfes", eine Interpretation der gefundenen Gleichungen versucht.

Aus den Daten ist die Tendenz zu ersehen, daß die berechneten Werte mit wachsendem Abstand vom Kondensationspunkt ($T - T_s$) etwas zu groß ausfallen.

Oberhalb 415° abs., wo die Gleichung (2)

mit genügender Annäherung gilt, erhält man durch Kombination von (1a) und (2a)

$$p + A p_s^2 \left(1 + \frac{T - T_s}{330}\right) = \left| \right. \\ = \frac{R}{m} \cdot (330 + T - T_s) \cdot \left(\frac{1}{v} + \frac{B}{v^2}\right) \cdot \left| \right. \quad (1b)$$

Für einen bestimmten Abstand vom Siedepunkt erhält man also eine Beziehung, welche, wie beim Sättigungszustand, den Druck p ausschließlich von v abhängig macht.

Thermodynamische Konsequenzen der Gleichung (1).

Man kann die Gleichung (1) durchaus nicht als bequem für den praktischen Gebrauch bezeichnen. Ihr Interesse liegt hauptsächlich in den thermodynamischen Konsequenzen, weil in thermodynamischen Gleichungen der Ausdruck

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

häufig erscheint. Dadurch wird eine Vereinfachung und leichtere Berechnung wichtiger Ausdrücke möglich.

Mit Hilfe der Gleichungen[1])

$$c_p - c_v = T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

und

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

erhält man

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{330}{T} \cdot \frac{c_p - c_v}{p_s} \quad (4)$$

und

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{330}{p_s}\right)^2 \cdot \frac{c_p - c_v}{T}, \quad (5)$$

wo also für p_s immer der Sättigungsdruck des betrachteten spezifischen Volumens einzusetzen ist. Da für

$T = T_s = 373^0$ abs. $\quad p_s = 760$ mm Hg

$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = 4{,}843$[2]) $\quad c_p = 0{,}46$ cal[2]),

so wird nach (4)

$$c_v = c_p - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \cdot p_s \cdot \frac{T}{330} = 0{,}33 \text{ cal}^3),$$

also für die Molekularwärme bei konstantem Volumen

$$m c_v = 5{,}94 = 3R \cdot \text{cal}.$$

Es ist allgemein

$$\frac{1}{T} \cdot \left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v^4).$$

1) Planck, Thermodynamik, Gl. (82) und (6).
2) Planck, Thermodynamik, § 181.
3) $\frac{760 \text{ mm } Hg}{\text{cm}^2} = \frac{760 \cdot 1{,}36 \cdot 981}{419 \cdot 10^5} \cdot \frac{\text{cal.}}{\text{cm}^3}$.
4) Planck, 2 Gleichungen (81).

Da nun

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{p_s}{330} = F(v),$$

so wird

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v = 0,$$

also auch

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = 0.$$

Es liegt nahe anzunehmen, daß der für c_v gefundene ausgezeichnete Wert

$$m c_v = 3R \text{ cal},$$

welcher in Übereinstimmung mit dem Dulong-Petitschen Gesetz für feste Substanzen ist, konstant ist, so daß an die Stelle der allgemeinen Lösung der vorstehenden Differentialgleichung

$$c_v = f(T)$$

die speziellere Lösung

$$C_v = \text{const} = \frac{3R}{m} \quad (6)$$

tritt, jedoch ausdrücklich nur innerhalb des relativ engen Intervalls, in dem wir die Gleichung (1) überhaupt anwenden. Außerhalb dieses Intervalls wird $\frac{c_v}{T}$ $\left(\text{ebenso wie } \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v\right)$ eine Funktion des Abstands vom Siedepunkt $(T - T_s)$. Bestätigt wird diese Konstanz von c_v durch eine Messung von Nernst[1]), welcher für c_p bei etwa 50° C, also 323° abs. fand

$$c_p = 4\frac{R}{m}.$$

Für $T_s = 330$, wo der gesättigte Dampf die Gasgleichung erfüllt, wird dann

$$c_p - c_v = \frac{R}{m}$$

und in der Tat wiederum

$$c_v = 3\frac{R}{m}.$$

Aus den Gleichungen (81)[2]) folgt

$$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv = \frac{c_v}{T} dT + \frac{p_s}{330} dv,$$

daher

$$s = c_v \ln T + \frac{1}{330} \int p_s dv + \text{constans}. \quad (7)$$

Für adiabatische reversible Vorgänge ($ds = 0$), solange keine Kondensation erfolgt, erhält man

$$\frac{dT}{dv} = -\frac{T}{330} \frac{p_s}{c_v},$$

also

$$-\int p_s dv = 3\frac{R}{m} \cdot 330 \cdot \ln T + \text{const}. \quad (8)$$

1) Verhandl. der Deutschen Physik. Gesellschaft 1910, S. 567.
2) Planck, l. c.

Benutzt man die Zeunersche[1]) empirische Formel

$$p_s \cdot v^n = C,$$

so kann man p_s durch v ersetzen und innerhalb des Gültigkeitsbereichs dieser Formel integrieren.

Es ist allgemein

$$\frac{du}{dT} = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T \cdot \frac{dv}{dT}.$$

Nun ist nach Planck, Gleichung (80)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p,$$

also für den Sättigungszustand und nach Gleichung (1)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T_s \cdot \frac{p_s}{330} - p_s = p_s\left(\frac{T_s}{330} - 1\right),$$

und da

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v = c_v,$$

so wird

$$\frac{du}{dT} = c_v + p_s\left(\frac{T_s}{330} - 1\right)\frac{dv}{dT}. \qquad (9)$$

Ferner ist nach Planck, Gleichung (116)

$$\frac{du}{dT} = h - p_s \frac{dv}{dT},$$

wobei h die spezifische Wärme des gesättigten Wasserdampfes bedeutet, also nach (9)

$$h = 0{,}33 + p_s \frac{T_s}{330}\frac{dv}{dT} \text{ cal}. \qquad (10)$$

Die totalen Differentiale beziehen sich hierbei stets auf den Übergang von einem Sättigungszustand auf den anderen.

Durch Integration der Gleichung (9) ergibt sich die Energie des gesättigten Dampfes

$$u_s = c_v T_s + \int p_s\left(\frac{T_s}{330} - 1\right)dv + \text{const}.$$

Für $T_s = 0$ ist nach dem ersten Hauptsatz

$$u_{s_1} = \underset{T=0}{r_{31}} - \underset{T=0}{p_1}(v_1 - v_3) + \underset{T=0}{u_3},$$

wobei der Index 3 sich auf den festen Zustand bezieht und r_{31} die Verdampfungswärme der festen Substanz bezeichnet. Ferner ist

$$v = \infty \text{ für } T_s = 0,$$

daher allgemein

$$\left.\begin{aligned} u_s = 0{,}33\, T_s + \int_{\infty}^{v} p_s\left(\frac{T_s}{330} - 1\right)dv \\ + [r_{31} - p_1(v_1 - v_3) + \underset{T=0}{u_3}] \text{ cal}. \end{aligned}\right| \qquad (11)$$

Der einfachste Weg zur Berechnung der Energie des ungesättigten Dampfes besteht in der Benutzung der Gleichung

$$u = u_s + \int_{T_s}^{T} \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT = u_s + c_v(T - T_s),$$

also

$$u = u_s + 0{,}33\,(T - T_s) \text{ cal}, \qquad (12)$$

wobei u_s den in Gleichung (11) angegebenen Wert hat. Die latente Wärme r_{31} beim absoluten Nullpunkt dürfte zwischen 600 und 700 cal liegen, so daß dieser Betrag bis zu hohen Temperaturen hinauf den weitaus größten Teil der gesamten physikalischen Energie des Dampfes ausmacht.

Berlin, Januar 1911.

(Eingegangen 15. Januar 1911.)

1) Techn. Thermodynamik, II, 3. Aufl., S. 36.

Über die Frage nach der atomistischen Konstitution der Elektrizität.

Von Felix Ehrenhaft.

In seinen Abhandlungen hat der Verfasser darauf hingewiesen, daß nach seiner Anschauung die Schlüsse, die man über das Wesen der Elektrizität, insbesondere über die Ladung des nach der Hypothese nicht mehr unterteilbaren Elektrons macht, nur dann bindend sein können, wenn die Beobachtungen, auf Grund deren man zu der Anschauung gelangte, daß alle kleinsten Bausteine der Elektrizität einander gleich und nicht weiter teilbar seien, sich bei Messungen am Einzelteilchen bestätigen würden und wenn zur Erschließung dieser kleinsten Ladungen an Einzelteilchen die Messungen bis an die Grenze der optischen Möglichkeiten durchgeführt werden, wobei es dann noch immer fraglich bleibt, ob nicht optisch nicht mehr wahrnehmbare Partikel etwa Teilchen von der mittleren Größe 10^{-6} bis 10^{-7} cm nicht noch kleinere Ladungen tragen können. Denn je kleiner die mit Elektrizität geladenen Massenteilchen sind, desto kleiner ist deren Kapazität und desto kleiner, muß man vermuten, sind unter sonst ähnlichen Umständen der Erzeugung dieser Partikel deren elektrische Ladungen. Ich bin bereits in meinen in der Anmerkung erwähnten Abhandlungen[1]) und im

1) Die chronologische Reihenfolge der Arbeiten, die zur Messung der Elektrizitätsladungen an Einzelteilchen führten, ist nachfolgende: F. Ehrenhaft, Wiener Akademie-Berichte, März 1909, Band CXVIII, Abt. IIa; diese Zeitschr. **10**, 308, 1909; M. de Broglie, Le Radium, Juli 1909, diese Zeitschr. **11**, 33, 1910; R. A. Millikan, Phil. Mag., Vol. 19, Nr. 110, Februar 1910. Diese Arbeiten enthielten noch gewisse Mittelwertsbildungen, wenn sie auch bereits am Einzelteilchen messen. Vgl. meine Abhandlung S. 822—825 Wiener Berichte, Band CXIX, Abt. IIa Mai 1910. Sodann Beobachtungen und Berechnungen am Einzelteilchen, F. Ehrenhaft, Wiener Akademie-Berichte, akad. Anzeiger Nr. 10, 21. April 1910, ferner Bd. CXIX Abt. IIa, Mai 1910, S. 815. R. A. Millikan, Ankündigung eines in der American Phys. Soc. am 23. April 1910 gehaltenen Vortrages. Diese Zeitschr. **11**, 1097, 1910. Karl Przibram, Ladungsbestimmung an Nebelteilchen, Wiener Berichte, Bd. CXIX, Abt. IIa, Juni 1910.

Vortrage am Königsberger Naturforschertag zu der Vermutung gelangt, daß die untere Grenze der Unterteilung der elektrischen Ladungen keineswegs durch die Ladung des derzeit zu $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. festgelegten Elektrons gegeben ist, sondern daß sich an diskreten kleinen Einzelteilchen in der Natur noch Ladungen nachweisen lassen, die wesentlich kleiner sind, als diese Ladung. Seither ist eine im Juli in der Phys. Rev. angekündigte Abhandlung von R. A. Millikan in diesem Blatte erschienen.

Von den Bedingungen, die ich zur Fixierung des derzeit kleinsten meßbaren Elektrizitätsteilchens als unerläßlich anführte, hat Millikan in seiner Abhandlung nur die eine erfüllt. Es ist als wesentlicher Fortschritt zu bezeichnen, daß er die Ladungen nunmehr auch am Einzelpartikel bestimmt und berechnet. Dagegen ist er der zweiten Anforderung, an die untere Grenze zu gelangen, noch nicht nachgekommen, denn er beobachtet diese einzelnen Teilchen, nicht wie ich es in meinen Abhandlungen vorgeschlagen habe, bis an die Grenze des optischen Wahrnehmungsvermögens mit den Hilfsmitteln der Ultramikroskopie, sondern er begnügt sich, wie bei seiner ersten Abhandlung, die Messungen an Teilchen vorzunehmen, die er noch mit dem Fernrohre als einzelne leuchtende Punkte erkennen kann. So beträgt denn auch der Halbmesser der von ihm beobachteten, in Tabelle I, S. 1100 angeführten Tropfen $2 \cdot 10^{-4}$ cm des Tropfens 29 $4{,}5 \cdot 10^{-4}$, der Halbmesser des Tropfens 32 sogar $6{,}1 \cdot 10^{-4}$ cm usw. Das sind also durchaus Kügelchen, deren Volumen das der von mir mit dem Ultramikroskop beobachteten Einzelpartikel um das Zehntausendfache überschreitet, deren Kapazität im Durchschnitte 100mal so groß ist, wie die Kapazität der ultramikroskopischen Metallteilchen, an denen ich die wesentlichen Ladungsunterschreitungen festgestellt zu haben glaube, und deren Kapazität im Durchschnitte 10 resp. 15mal so groß ist, als die Kapazität jener Teilchen des Wassernebels, an welchem Karl Przibram erhebliche Ladungsunterschreitungen feststellte, und in keiner Weise auf Fehler der Methode zurückführen konnte.

Ich habe seit dem Königsberger Naturforschertage des weiteren um Erklärungsversuche und eventuelle Störungen in meinen Experimenten gesucht, bin aber bisher zu keinem anderen Resultate gelangt. Statt der für die erste Versuchsanordnung von mir selbst im Laboratorium hergestellten, in vorerwähnten Arbeiten beschriebenen verwende ich jetzt eine in der Wiener Filiale der Firma Zeiß hergestellte Küvette[1]). Ich benutzte zur ultramikroskopischen Beobachtung das Zeißobjektiv B, das wegen seines größeren Gesichtsfeldes und wegen des größeren Objektabstandes von der Frontlinse noch besser geeignet erscheint, als das bisher benutzte Objektiv C. Vor dasselbe konnte die von Zeiß hergestellte Küvette geschraubt werden. Der Durchmesser der den Plattenkondensator bildenden Stifte beträgt zirka 4 mm. Die Plattendistanz kann durch Verschrauben geändert und bis 1,5 mm genähert werden, ohne störende Reflexe zu geben. Sämtliche Teile der Küvette sind luftdicht. Die Anordnung gibt die Sicherheit, daß alle Beobachtungen im Zentrum, also im homogenen Teile des Kondensators, durchgeführt werden. Alle Versuche wurden nunmehr bei äußerster Trocknung der Luft durchgeführt. Dieselbe wurde in kleinen Bläschen zunächst durch eine 1 m lange Schwefelsäuretrocknung gedrückt, und sodann in einer Glasglocke von etwa 5 Litern Inhalt, in der sie wochenlang über P_2O_5 steht, aufbewahrt. Sodann geht die Luft durch ein 30 cm langes Röhrchen, in dem P_2O_5 durch Asbestfäden luftdurchlässig gelagert ist und erst von dort gelangt sie in das Gefäß, in dem die von mir schon an mehreren Stellen beschriebenen ultramikroskopischen Kolloidal-Metallpartikel durch den galvanischen Lichtbogen hergestellt werden. Auch in diesem Gefäße befinden sich oben und unten große Schalen mit P_2O_5, das trotz vielwöchentlichen Gebrauches staubförmig bleibt. Es wird also für diese Versuchsanordnung nunmehr jede Kondensation von Flüssigkeit ausgeschlossen. Auch der galvanische Lichtbogen in dem Gefäße wurde so hergestellt, daß jeder Luftzutritt von außen vermieden wird[1]), was durch an das Gefäß seitlich angegossene Tuben mit eingeriebenen Glasverschlüssen, durch welche vermittelst eingeschmolzener Pt-Drähte die Stromzuführung erfolgte, ermöglicht war. Die gekreuzten $^1/_2$ cm dicken Edelmetallelektroden wurden durch Drehen dieser Glasverschlüsse zur Erzeugung des höchstens 5—10 Sek. währenden Lichtbogens in Kontakt gebracht. Will man die Küvette mit Metallpartikelchen füllen, dann werden alle 6 Hähne bis auf den letzten der in den der Küvette nachfolgenden, auch mit P_2O_5 getrockneten Raum führt, geöffnet; sodann lasse man einige Luftbläschen durch die Schwefelsäurevorlage in den ersten Raum eintreten und erzeugt in dem ganzen Raum vor der Küvette einen minimalen Überdruck[2]). Öffnet

1) Den Herren Otto und Künzel sage ich besten Dank für die exakte, meinen Angaben entsprechende Ausführung.

1) Die Glasfabriken S. Reich & Co., Wien, haben diese Glasglocken gegossen.

2) Es ist wohl überflüssig zu bemerken, daß es notwendig ist, die Hähne vor Herstellung des Lichtbogens zu schließen und die Gasmasse im Erzeugungsgefäße abkühlen zu lassen.

man den letztbezeichneten Hahn, dann strömt die Gasmasse aus dem Raume des Zerstäubungsgefäßes in die Küvette und gelangt durch Schließen der Hähne vor und nach der Küvette augenblicklich zu vollkommener Ruhe. Das ultramikroskopische Bild unterscheidet sich unter Anwendung all dieser Vorsichtsmaßregeln nicht von dem bereits in den früheren Abhandlungen beschriebenen und am Naturforschertage in Königsberg demonstrierten.

Um etwaige Erwärmungen durch die beleuchtenden Strahlen möglichst herabzusetzen, waren in den Strahlengang Wasserkühlungen angebracht. Man kann sich jedoch leicht überzeugen, daß die Belichtungen der Partikel keineswegs Abweichungen erzeugen, die irgendwie die Größenordnung des Resultates trüben können, und die etwa größer sind, als die durch die Brownsche Bewegung, wie im folgenden besprochen wird, bedingten Abweichungen. Um sich davon zu überzeugen, messe man die Fallgeschwindigkeit eines Partikels, hebe dasselbe durch das elektrische Feld, lasse es sodann fallen. Bei öfterer Wiederholung an demselben Partikel kann man durch einen Schirm die beleuchtenden Strahlen abblenden und diesen erst zu einem Zeitpunkte wegnehmen, wo das Teilchen die zweite Marke passieren muß; die Abweichung der mittleren Fallzeit sind bei den im undurchleuchteten Raume durchfallenen Teilchen keine andern als die durch die Brownsche Bewegung bedingten Abweichungen. Es ist zweckmäßig, den Kegel der beleuchtenden Strahlen so einzustellen, daß die Messungen nicht im hellsten Durchkreuzungspunkte der Strahlen vorgenommen werden, sondern diesen hellsten Teil an den Rand des Gesichtsfeldes oder etwas über diesen hinaus zu stellen und die Messungen in einem Raume von nahezu parallel beleuchtenden Strahlen in der Mitte des Gesichtsfeldes zu machen, jede Abweichung von der Vertikalen ist so vermieden. Bei einiger Übung gestattet die Methode ohne weiteres, die Messung an einem Partikel zu wiederholten Malen durchzuführen; ich gebe in nachfolgender Abhandlung Messungsresultate von derartigen Serien, wie ich sie in der Diskussion des Naturforschertages bereits erwähnt und am Schlusse meiner Abhandlung angekündigt habe. Die Zeitmessung wird fortlaufend an einer Registrieruhr (3 Hebelstiftschreiber von Siemens & Halske) abgelesen. Man kann sich aus den nachbenannten Tabellen von der Genauigkeit der Beobachtungsmethode Aufschluß verschaffen. Mein mittlerer Fehler bei einer Beobachtung beträgt + 0,04 Sek.

Es gelingt, von den größeren Metallpartikeln, wenn auch nicht scharfe, Abbildungen im Mikroskope zu erhalten. Ein einwandfreies Präparat erzeugte ich auf nachfolgende Weise. Man bringe einen mit Kanadabalsam in ganz dünner Schicht überzogenen Objektträger einige Sekunden in die vom Lichtbogen, der etwa zwischen Silberelektroden hergestellt wird, abstreichenden Gase. Das Präparat zeigt mit einem Deckgläschen versehen, mit dem Objektiv 1,3 Apertur, 2 mm Brennweite, feste Dunkelfeldblende, Okular 18 von Zeiß, einzelne kolloidale Silberpartikel, deren Durchmesser weit unter den Dimensionen der Wellenlängen des Lichtes liegen. Es ist nicht ratsam, diese Präparate etwa auf bloßem Glase herzustellen, da die geringste Befeuchtung derselben ein Zusammenflocken der Einzelpartikel bewirken kann. Bei den kolloidalen Niederschlägen des Goldes schienen im mikroskopischen Bilde auch exakte Kugeln, die im Durchmesser 1—3 Wellenlängen des Lichtes betrugen und außerdem zahllose bei Dunkelfeldbeleuchtung im Präparate noch kenntliche ultramikroskopische Partikel, die mit den bezüglichen Größen der Teilchen in den kolloidalen Goldlösungen übereinstimmen. Auf einem Objektträger, den man auf den Boden des Erzeugungsgefäßes eine kurze Zeit beließ, lassen sich die Niederschläge dort, wo sich mehrere Metallpartikel aneinandergereiht haben, soweit sie im Bereiche des Mikroskopes liegen, zumindest mit Dunkelfeldbeleuchtung als aus Einzelpartikel zusammengesetzt erkennen, jene Partikel, deren Dimension die Wellenlänge des Lichtes überschreitet, sind im Mikroskope als exakte Kugeln beobachtbar, über die Partikel, die viel kleiner sind als die Wellenlänge des Lichtes, kann naturgemäß das Mikroskop keine Aufklärung geben, doch sind die Beugungsscheibchen derselben im Ultramikroskope normal. Da alle Partikel bis zur Wellenlänge des Lichtes bei erwähnter Erzeugungsweise Kugelform haben, ist dies bei den kleineren Partikeln, die also noch rascher erstarren, um so eher zutreffend. Ich verweise bezüglich des Ultramikroskopbefundes auf den Nachtrag des Herrn H. Siedentopf[1]).

Bereits in einer Fußnote meiner Abhandlung[2]), sowie in der Diskussion des Vortrages am Königsberger Naturforschertag habe ich darauf hingewiesen, daß alle die von mir erschlossenen Werte wesentlich kleiner würden, wenn man bei der Berechnung an der Stokesschen Formel jene Korrekturen vornimmt, die für sehr kleine Kugeln nötig sind und die vom Standpunkte der kinetischen Gastheorie aus jüngst von E. Gunningham ausgeführt wurden[3]). Es

1) Diese Zeitschr. 11, 950, 1910.

2) Diese Zeitschr. 11, 628, 1910; Wiener Ber. Bd. 119, 860, 1910.

3) Derartige Umrechnungen habe ich in meinen Vorträgen „Über die Grundlagen der Elektronentheorie" in

schien mir zunächst nicht wünschenswert, aus meinen Untersuchungen auf Grund dieser Korrekturen Schlüsse zu ziehen, da der Sinn der Abweichung von den nach der Stokesschen Formel berechneten Ladungswerten ein derartiger ist, daß diese Werte unter Benutzung eines korrigierten Widerstandsgesetzes für den gleichförmigen Fall kleiner Kugeln wesentlich kleiner werden, so daß es den Anschein hat, als ob gerade durch diesen Umstand kleinere in der Natur existierende Elektrizitätsladungen gegen 3 oder 4 mal 10^{-10} durch die Berechnung auf Grund der Stokesschen Formel verschoben worden und somit als höhere Werte und als Gruppierung gegen diese Größen vorgetäuscht worden wären. Seither hat sich die Sachlage aber geändert. Herr R. A. Millikan gibt an den wenigen kleinen Partikeln vom Radius 30mal 10^{-6} bis $100 \cdot 10^{-6}$ cm elektrische Ladungen 7,4, 6,9, 6,1, $5{,}6 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. usw. an, Werte, — die nach der Stokesschen Formel berechnet — vom Elektron bezw. von dessen Vielfachen abweichen. Ganz abgesehen von dem Umstande, daß nach meinem Messungsbefunde an Partikeln von 20mal 10^{-6} cm etwas nach aufwärts und insbesondere nach abwärts alle möglichen Ladungen insbesondere noch viel kleinere nach der direkten Methode gemessen werden können, korrigiert Millikan diese vom Elektron abweichenden Werte mit Hilfe der Cunninghamschen Formel auf den Elektronenwert, indem er den Berechnungsformeln jene Konstante zugrunde legt, daß alle Werte der Ladungen wieder einem Elektron gleich werden, daß aber nach seinen jetzigen Angaben 4,9016 auf $^1/_2$ Proz. betragen würde.

Nach Cunningham[1]) tritt an Stelle der Stokesschen Beziehung für den Widerstand X einer sich gleichförmig bewegenden Kugel nachfolgende Beziehung:

$$X = 6\pi\mu a v \left[1 + \frac{1{,}63\,\frac{l}{a}}{f + 2(1-f)}\right]^{-1} \cdot \quad (1)$$

Hierin bedeutet l die mittlere Wegelänge der Gasmoleküle. Setzt man in diesem Ausdruck a sehr groß im Vergleich zu l, dann folgt aus (1) das Stokessche Gesetz. Die Größe f liegt zwischen 0 und 1. Setzt man $f = 1$, dann wird man der gastheoretischen Annahme gerecht, daß alle Molekeln an dem gleichförmig bewegten Partikel wie elastische Kugeln reflektiert werden; setzt man $f = 0$, dann ist dies gleichbedeutend mit der Annahme, daß kein Molekel nach dem Zusammenstoße mit der Kugel, deren Dimension mit der mittleren Weglänge der Gasmolekeln vergleichbar ist, wie ein elastisches Kügelchen reflektiert wird. Aus den Experimenten von Kundt und Warburg[1]) folgt $f = {}^1/_2$. Millikan benutzt nicht diese, sondern die kleinere Korrektur für $f = 0$. Aus der Größenordnung der von mir beobachteten ultramikroskopischen Partikel und auch jener Nebelpartikel, die Karl Przibram mit einer Art Dunkelfeldbeleuchtung beobachtete, wird diese Korrektur für das Resultat sogar von größerem Belang sein, als für die Werte von Millikan, da die von mir beobachteten Partikel in ihren Größendimensionen bereits an die mittleren Weglängen der Gasmolekeln heranreichen; denn sie ergeben nach Stokes Berechnung die Radiengrößen von 5 bis $50 \cdot 10^{-6}$ cm. Die Korrektur ergibt noch kleinere mittlere Radien und daher auch Ladungen, als nach der Stokesschen Formel. Denn auf Grund dieser Korrekturen berechnen sich Ladung und mittlerer Radius der Einzelpartikel aus Falldauer im Erdfelde und Hebezeit im elektrischen Felde aus nachfolgenden Gleichungen

$$e\mathfrak{E} - \frac{4a^3\pi}{3} sg = \frac{6\pi\mu a v_1}{1 + \frac{1{,}63\,\frac{l}{a}}{f + 2(1-f)}} \quad (1)$$

$$\frac{4a^3\pi}{3} sg = \frac{6\pi\mu a v_2}{1 + \frac{1{,}63\,\frac{l}{a}}{f + 2(1-f)}}. \quad (2)$$

Die Bezeichnungsweise stimmt mit den bezüglichen Gleichungen (1) (2) meiner vorzitierten Abhandlungen in dieser Zeitschrift überein.

Diese an der Stokesschen Formel vorgenommenen Korrekturen müßten in alle jene Untersuchungen Eingang finden, die sich mit der Theorie der Brownschen Bewegung in Gasen[2]) beschäftigen. Denn in allen statistischen Untersuchungen von Einstein-Smoluchowski[3]) finden wir als Widerstandsgesetz die Stokessche Formel, obzwar die Brownsche Bewegung, wofern wir überhaupt berechtigt sind, dieselbe lediglich als molekular-kinetisches Phänomen aufzufassen, gerade in jenen Größen-

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien am 22. und 29. November 1910 durchgeführt.

1) Proc. Roy. Soc. London S. A. **83**, 357, 1910.

Nachtrag bei Korr.: Ähnliche Diskussion von Max Reinganum. Ber. deutsche phys. Ges. 1910, Heft 23.

Zusatz bei Korr.: Bei Radiumbestrahlung zum Zwecke der Umladung der Partikel bemerkte ich vier in Schnurform aneinandergereihte Einzelpartikel. Es scheint also durch diese Bestrahlung auch in Gasen eine Koagulation ebenso wie dies bei kolloidalen Lösungen schon bekannt ist, hervorgerufen zu werden. Jede Aneinanderreihung ist jedoch im Ultramikroskope sofort kenntlich und alle Messungen wurden an Einzelpartikeln gewonnen. —

1) Pogg. Ann **155**, 347.

2) Ehrenhaft, Wiener Berichte **118**, Abt. IIa, 1907.

3) Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 549, 1905; **19**, 371, 1906; Smoluchowski, Bull. Acad. scient., Crac., Juli 1906.

ordnungen von Belang wird, wo die mittlere Dimension der Partikel mit der mittleren Weglänge der Molekeln vergleichbar wird. Tragen wir statt des Stokesschen Gesetzes oben angeführte Relation ein, dann ergibt sich die mittlere Verschiebung in eine Koordinatenachse auf Grund der Brownschen Bewegung aus der Gleichung

$$\lambda_x = \sqrt{t}\sqrt{\frac{RT}{N}\,\frac{1+1{,}63\,\frac{l}{a}}{f+2(1-f)}\,\frac{1}{3\pi\mu a}} \qquad (3)$$

worin t die Zeit, R die Gaskonstante, T die absolute Temperatur und N die Zahl der Molekeln im Grammoleküle bedeutet.

Wie ich schon in meinen zitierten Publikationen angeführt habe, erscheint es mir wichtig, experimentelle Schlüsse über die Brownsche Bewegung nicht bei horizontalem Gesichtsfelde des Mikroskopes zu machen, da bei allen suspendierten Partikeln selbst bis an die Grenze der Beobachtungsfähigkeit bis zu den mittleren Weglängen der Gasmoleküle herab eine deutliche Fallbewegung konstatierbar ist. Nur bei einzelnen Phosphornebeln überdeckte die Brownsche Bewegung den Fall. Es müssen daher die eventuellen Komponenten der Brownschen Bewegung bei vertikalem Gesichtsfelde gemessen werden, was genau nach der in meinen Publikationen und in dieser Abhandlung angegebenen Methode ermöglicht ist. Herr Robert Neumann v. Ettenreich ist mit Ausführung und Berechnung derartiger Versuche im h. o. Laboratorium beschäftigt.

Bevor ich nunmehr meine erneuerten Messungsresultate angebe, und in der Diskussion derselben die von mir bereits in meiner ersten Publikation angegebene Korrektur der Stokesschen Formel vornehme, sei es mir gestattet, darauf hinzuweisen, daß diese Korrekturen auch von besonderem Belange für jene Messungen sind, die Herr Karl Przibram nach vorliegender Methode am Nebelpartikelchen vorgenommen hat. Wenn zufolge der Versuchsanordnung K. Przibrams auch die Partikel im Mittel nicht so klein sind, wie die meinen, die vielfach nur durch die äußerste Ultramikroskopie sichtbar gemacht werden können, so sind die Nebelpartikel doch im Durchschnitte von mehr als 100 mal kleinerem Volumen, bezw. 10—15 mal kleinerer Kapazität als die Öltropfen Millikans und es werden daher die vielfachen Unterschreitungen der bisher als kleinst angenommenen Ladungen an diesen Partikeln möglicherweise einzig aus diesem Umstande schon erklärbar. Ich habe die in Tabelle IV, 2, S. 900 der bezüglichen Arbeit Przibrams „Ladungsbestimmungen am Nebelteilchen“[1]), die ersten 279 Werte unter Berücksichtigung des kinetischen Widerstandsgesetzes (unter Auslassung aller jener Werte, die nach der Stokesschen Formel eine Ladung über $13{,}10^{-10}$ elektrostat. Einh. ergeben) unter der Annahme berechnet, daß alle Molekeln an den Nebelpartikeln als elastische Kugeln reflektiert werden ($f = 1$); Karl Przibram hat mir in freundschaftlicher Weise die Werte angegeben, die sich zufolge der Annahme ergeben, daß kein Gasmolekel von den Partikeln als elastische Kugel reflektiert wird ($f = 0$). Die richtige Korrektur dürfte, wie vorerwähnt, in der Mitte also für $f = 1/2$ liegen. Die Gesamtzahl aller in Fig. 1 aufgetragener Werte einschließlich der noch angeführten Protokollnummer 898 von S. 927 vorzitierter Abhandlung beträgt 168. Von diesen Werten unterschreiten, nach Stokes berechnet, bereits 38 die Elektronenladung, für die erstbezeichnete Korrektur, die Millikan benutzt, 49, für zweitbezeichnete Korrektur 69 Werte. Fig. 1 gibt die Übersicht dieser Werte. Die Zahl der über einer Abszisse aufgetragenen Punkte gibt die Zahl der an diese Stelle fallenden Ladungswerte, der Strich die Lage des Elektrons nach Millikan.

Ich gebe nun im nachfolgenden eine Anzahl von Serienmessungen an ultramikroskopischen Einzelpartikeln, die aus einer viel größeren Zahl ganz gleichartiger Messungen herausgenommen wurden, welche ich in ihrer Vollständigkeit in den Berichten der Wiener Akademie veröffentlichen werden. Dabei sei bemerkt, daß die in Kolonne II und III angegebenen Fallzeiten im Schwerefelde und Hebezeiten im elektrischen Felde bei vielen dieser Partikel nicht in demselben Raumteile der Küvette vorgenommen wurden, da man bei einiger Übung die Teilchen in eine beliebige Höhe heben und dort fallen lassen kann. In den folgenden Kolonnen befinden sich die nach Stokes und für die beiden Grenzfälle der korrigierten Formel berechneten Radien und elektrostatischen Ladungen.

Im allgemeinen nimmt mit der Kleinheit der Partikel die Brownsche Bewegung zu. Wie ich schon in meinen früheren Publikationen erwähnt habe, zeigen die ultramikroskopischen Metallpartikel, unmittelbar nach der Erzeugung beobachtet, eine viel lebhaftere Brownsche Bewegung, als etwa nach einer halben Stunde. Diesen großen Unterschied in der Brownschen Bewegung glaube ich nicht allein auf etwa noch vorhandene Temperaturdifferenzen zurückführen zu können, umsomehr als die Brownsche Bewegung bei etwa gleich großen oder sogar noch größeren Phosphorpartikeln eine viel lebhaftere ist und überhaupt nicht eliminiert werden kann. Es hat durchaus den Anschein, als ob die Größe der Brownschen Bewegung der Sus-

1) Wiener Ber. 119 (IIa), Juni 1910.

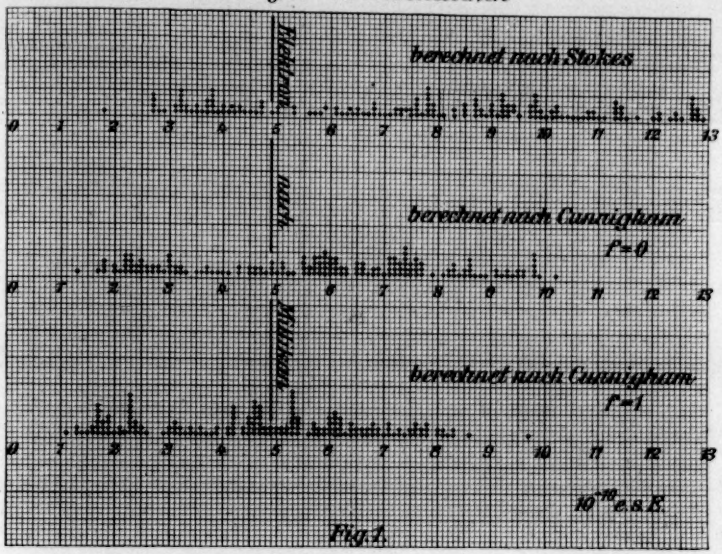


Fig. 1.

Ultramikroskopische Silberpartikel.

Nr. Ladungssinn	abs. elektrostat. Feld	Fallzeit in Sek.	Hebezeit	Radius · 10^6 berechnet nach Stokes	Radius · 10^6 berechnet nach Cunningham $f=0$	Radius · 10^6 berechnet nach Cunningham $f=1$	Absolute elektrostat. Ladung berechnet nach Stokes · 10^{10}	Absolute elektrostat. Ladung berechnet nach Cunningham $f=0$	Absolute elektrostat. Ladung berechnet nach Cunningham $f=1$
— Nr. 1 vom 8. XI.	2,0	2,25 2,19 2,36 2,25 2,15 2,42 2,15 2,10 2,45	2,04 1,80 2,09 1,98 2,22 2,20 2,48 2,44 2,56 2,42	23,2	20,0	17,0	4,8	3,45	2,12
— Nr. 2 vom 8. XI.	2,0	4,75 4,90 4,78	2,70 2,30 2,70 2,39	16,0 15,7 15,9 — 16,1	12,8	10,2	2,40 2,29 2,38 2,60 — 2,45	1,22	0,62
— Nr. 6 vom 18. XI.	1,77	3,38 3,89 3,44	4,53 5,00 5,11	19,0 17,7 18,7 — 18,6	15,2	12,5	2,70 2,52 2,62 — 2,67	1,47	0,81
— Nr. 1 vom 24. XI.	1,77	6,26 6,49 5,50 6,20 6,31	4,80 4,26 4,52 4,42 4,45	19,8 19,4 21,0 19,9 19,6 — 20,0	16,6	14,0	4,17 4,76 4,78 4,53 4,40 — 4,57	2,64	1,65
— Nr. 3 vom 8. XI.	2,00	3,00 2,85 2,75 2,91	3,90 4,99 7,22 3,79 5,94	20,4 20,7 21,0 20,6 — 20,6	16,8 17,5 17,7 17,0 — 17,2	14,2 14,8 15,0 14,5 — 14,7	3,24 2,95 2,60 3,30 2,79	1,92 1,82 1,55 1,95 1,65	1,20 1,08 0,97 1,25 1,02

Ultramikroskopische Goldpartikel.
Beobachtete Strecke $154{,}10^{-4}$ cm.

Nr.	Ladungssinn	Abs. elektrostat. Feld	Fallzeit in Sek.	Hebezeit in Sek.	Radius $\cdot 10^8$ berechnet nach Stokes	Cunningham $f=0$	Cunningham $f=1$	Absolute elektrostat. Ladung $\cdot 10^{10}$ berechnet nach Stokes	Cunningham $f=0$	Cunningham $f=1$
1	—	0,52	4,6	6,7 6,9 6,9 6,4 6,9	12,1	9,0	6,8	4,5	1,8	0,8
			5,4		11,1	8,0	6,0	3,7	1,4	0,6
2	+	0,52	6,7 6,8 7,8 7,7 7,2	3,1 3,2 3,1 2,4	10,0 9,2	7,0 6,3	5,1 4,4	4,9 4,3	1,7 1,4	0,7 0,6
					9,6	6,7	4,8	4,6	1,5	0,65
3	+	0,52	8,4 3,3	5,3 6,5	8,8 8,4	6,0 5,5	4,1 3,9	2,7 2,3	0,9 0,6	0,4 0,3
4	—	0,52	2,1 1,5	2,8 2,7	5,6 6,7	3,0 3,9	1,9 2,6	2,2 2,9	0,6 0,8	0,3 0,4
5	—	0,50	7 6	3 3	10,1	7,2	5,2	5,1	1,8	0,7
6	—	0,52	9,2	3,4 2,3	8,5	5,6	3,9	3,5 4,6	1,0 1,3	0,4 0,6
7	—	0,70	6 7 6 7 7 6,5	6 6 6 6 5,5 5,5	10,0	7,0	5,1	2,27	0,79	0,34
8	—	0,52	11,5	10,8	7,6	4,7	3,2	1,4	0,3	0,2
9	—	0	8,3	3,9	9,0	6,1	4,3	3,4	1,1	0,5
10		5,33	5,5	schwebt	11,0	8,0	6,0	0,2	0,075	0,038
11	+	0,53	5,2	schwebt	11,2	8,1	6,0	2,2	0,85	0,4
12	—	0,53	5,3	6,2	11,1	8,0	5,9	3,8	1,5	0,6
13	—	0,42	9,0	7,5	8,5	5,6	4,0	2,9	0,9	0,4
14	—		8,0	5,0	9,3	6,5	4,7	3,9	1,2	0,5

pensionen in Gasen sehr wesentlich von dem Umstande abhängig ist, ob sich das beobachtete System einer Art Gleichgewichtszustand mehr oder weniger genähert hat. Ferner scheint, insolange die Partikel hochgeladen sind, die Brownsche Bewegung eine durchaus lebhaftere zu sein, als wenn diese Partikel sich in ihrer elektrischen Entladung schon wesentlich ausgeglichen hätten. Die Molekularhypothesen würden ergeben, daß die Brownsche Bewegung bei gleich großen Partikeln verschiedener Dichte gleich groß ist. Diese Tatsache scheint sich im Experimente, wenigstens in Gasen, in welchen die Differenz der spez. Gewichte zwischen Partikel und umgebendem Medium erheblicher ist als in Flüssigkeiten, nicht zu verifizieren, sondern es scheinen Partikel höherer Dichte wesentlich geringerer Molekularbewegung unterworfen zu sein. Die Zahlen der Hebezeiten im elektrischen Felde weisen durchaus größere Schwankungen auf, als die Zahlen der Fallzeiten im Schwerefelde. Sowohl bei Silbersuspensionen wie bei Goldpartikel lassen sich all diese geringfügigen Schwankungen, über

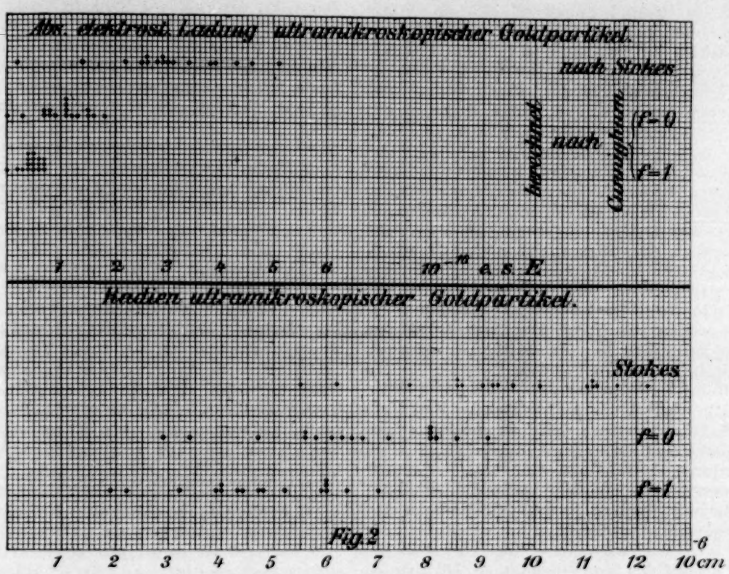


Fig. 2.

deren geringen Einfluß auf das Resultat man sich am besten aus dem Zahlenmateriale selbst Aufschluß verschaffe, lediglich auf die mittleren Brownschen Vertikalkomponenten mit Ausschluß des Silberteilchens vom 8. XI., Nr. 3 zurückführen. Betrachten wir z. B. Silberteilchen Nr. 1 vom 8. XI. Dem mittleren Radius von etwa $20 \cdot 10^{-6}$ cm dieses Partikels, würde eine mittlere Brownsche Vertikalkomponente pro Sekunde von $12 \cdot 10^{-4}$ cm, also für 2,2 Sekunden von $18{,}4 \cdot 10^{-4}$ cm entsprechen, wie sich aus (3) leicht ergibt. Die mittleren Abweichungen der Fallzeiten dieses Silberpartikels von der mittleren Fallzeit des Partikels beträgt 0,12 Sek., daher die experimentell aus den mittleren Fallzeiten folgende mittlere Brownsche Vertikalkomponente bloß $8 \cdot 10^{-4}$ cm, also kaum die Hälfte der theoretisch geforderten. Herr Rob. Neumann von Ettenreich arbeitet mein diesbezügliches statistisches Material durch und gedenkt so auch zu einer Bestimmung von N zu gelangen. Man beachte zum Beispiel bei Partikel 1 die wesentlich konstanteren Fallzeiten und die erheblichen Schwankungen der Hebezeiten. Letztere scheinen weder auf Brownsche Bewegung zurückzuführen zu sein, noch selbstredend auf Beobachtungsfehler, da der Fehler bei einer Messung über 2 Sekunden höchstens $+ {}^1/_{10}$ Sekunde beträgt. Man beachte, wie bei diesen wiederholten Messungen von Ladung und Radius desselben Partikels sich fast präzise dieselben Werte ergeben, wobei darauf aufmerksam zu machen ist, daß diese Werte nur dann unsicher werden, wenn man einen letzten Wert mitregistriert, bei dem das Teilchen schon im Verschwinden begriffen ist dadurch, daß es die Einstellebene des Mikroskopobjektives verläßt. Solche Werte sind z. B. die Fallzeit 5,4 des Goldpartikels Nr. 1 und die letzte Hebezeit 2,4 des Goldpartikels Nr. 2. Ich habe trotzdem geglaubt, diese Zahl mit angeben zu sollen. Die Messung der Goldpartikel 7, 13 und 14 danke ich Herrn Anton Lampa aus Prag, der Serie 5 Herrn Neumann v. Ettenreich. In Fig. 4 sind die elektrostatischen Ladungen als Punkte aufgetragen, so zwar, daß über jedem Abszissenwert so viele Punkte aufgetragen sind, als berechnete Werte der Ladung bezw. des Radius an die betreffende Stelle fallen. Man sieht, wie die Werte zufolge der Korrektur der Stokesschen Formel nach Cunningham ganz wesentlich kleiner werden; bei Benutzung derselben Korrektur, die Millikan verwendet $f = 0$, um die Abweichungen der Vielfachen des Elektrons, bezw. der Ladungssprünge auf den konstanten Wert $4{,}96 \cdot 10^{-10}$ elektrostat.

Einh. zu bringen, gruppieren sich die Werte dieser Goldpartikel um $1 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einheiten, bei Benutzung der anderen Grenzkorrektur um $5 \cdot 10^{-11}$ elektrostat. Einh., jedoch auch unter und über diesen Werten gibt es noch Ladungen; die Radien liegen in der Größenordnung zwischen 3 und $9 \cdot 10^{-6}$ cm. Diese Art der Berechnung gibt also an diesen kleinen Partikeln ganz wesentliche Unterschreitungen des Elektronenwertes, wie ich schon in meinen ersten Abhandlungen angedeutet habe. — Es scheint mir ferner sehr wesentlich, zu erwähnen, daß ich an Phosphornebelteilchen bei Serienmessungen im Juni 1910 an Partikeln von den mittleren Radien von $20-40 \cdot 10^{-5}$ cm Ladungsänderungen erhalten habe, die jedoch unter vielen ähnlichen Messungen mit der von Millikan benutzten Cunninghamschen Korrektur $f = 0$ nur Bruchteile des Elektrons $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. betragen haben, die aber zufolge des Messungsganges nicht durch die Komponenten der Brownschen Bewegungen, noch durch Verdampfen oder Kondensieren vorgetäuscht sein können[1]). Es ermöglicht vorliegende Methode, sogar das Verdampfen und Kondensieren der Einzelpartikel zu verfolgen.

Wenn ich nach weiteren Möglichkeiten suche, die kleinen den Elektronenwert erheblich unterschreitenden Werte auf andere Weise zu erklären, schien mir bisher kein einziger Erklärungsversuch in der Natur begründet. Nehmen wir an, daß die kleinen Metallpartikel auch nach Ausschluß aller Kondensationsmöglichkeiten geringere Dichte hätten, als die Dichte der bezüglichen Edelmetalle, so habe ich hierfür keinen experimentellen Anhaltspunkt finden können. Bei den kolloidalen Suspensionen in Flüssigkeiten substituiert man bekanntlich für die mittleren Dichten der Metallpartikel höhere Werte. Aber auch Dichte-Unterschreitungen würden, wie ich schon mehrfach nachgewiesen habe, nicht ausreichen, die Abweichungen zu erklären, denn auch an den kleinen Tröpfchen Wassers sind leicht erhebliche Ladungsunterschreitungen bis zum 5. Teile des Elektrons und darunter zu finden. Der naheliegende Gedanke, man könne es bei den Partikeln vielleicht mit Bläschen zu tun haben, ist schon bei anderen Fragen ähnlicher Natur in der Physik des öfteren abgewiesen worden und in unserem Falle um so unberechtigter, als man sich durch eine leichte Rechnung überzeugen kann, daß die Schichtdicke der bezüglichen Hohlkugeln, also etwa Hohlkügelchen des Silbers, Goldes, oder ultramikroskopisch kleiner seifenblasenartiger Nebelteilchen, so dünn sein müßte, daß selbst die exakteste Dunkelfeldbeleuchtung diese nicht mehr sichtbar machen könnte. Und überdies widerspricht eine derartige Annahme dem eingangs angeführten mikroskopischen Befunde an der Grenze der Sichtbarkeit für die größeren Teilchen, der lehrt, daß die einzelnen Metallteilchen sphärische Körnchen sind. Die sphärische Gestalt der Nebelteilchen wird kaum eines Nachweises bedürfen[1]). Ich will dagegen versuchen, vornehmlich für die kleineren Partikeln aus den Arbeiten Millikans, Przibrams und meiner aus dem Zusammenhange zwischen Radius und Ladung einige Aufklärung zu finden. Vor allem möchte ich konstatieren, daß die Errechnung der Ladungen nach meiner Ansicht durchaus nach einer experimentell begründeten Widerstandsformel für die Bewegung einer Kugel, deren Dimension an die Größe 10^{-5} heranragt, erfolgen muß und daß es nicht einwandfrei ist, wenn man Korrekturen an den Fallformeln in dem Sinne wählt, daß Abweichungen von Elektronen wieder auf das Elektron erhöht oder erniedrigt werden und darin die Berechtigung zu gerade diesen Korrekturen erblickt.

Die wichtigste Aufgabe ist also in der Fixierung einer experimentell begegründeten Widerstandsformel für die Bewegung kleiner elektrisch geladener Kugeln gelegen, an die ich nunmehr schreiten werde. Derzeit ist die mittlere Cunninghamsche Korrektur die einzig berechtigte. Legen wir nicht diese, sondern etwa die Korrektur für den Fall $f = 0$, nachfolgenden Überlegungen zugrunde, da mir für diesen Fall die Daten aller drei Arbeiten bekannt sind. Der einzige Tropfen, bei dem Millikan eine einfache Elektronenladung erhalten hat, ist der negative Tropfen Nr. 5, S. 1103, l. c. Der Radius dieses Tropfens nach Stokes beträgt etwa $10 \cdot 10^{-5}$ cm, also einen noch kleineren Wert nach der korrigierten Formel. Gerade die ersten 4 Werte, an den kleinen Tröpfchen gemessen, seiner Tabelle XII schließt er S. 1108, l. c. von der Diskussion aus, weil bei seiner Versuchsanordnung beim Experimentieren an kleinen Tröpfchen Fehler durch Luftströmungen eingeführt werden, ein Umstand, der begreiflich erscheint, da der Plattendurchmesser seines Kondensators 20 cm, bei meiner Versuchsanordnung 4 mm betrug, der Hohlraum seines Kondensators 300 ccm, meiner dagegen weniger als 60 cmm faßte. Aber gerade die exakte experimentelle Feststellung der Ladungen dieser kleinen Tröpfchen, die Millikan S. 1108 der Diskussion ausschließt, der Tröpfchen kleinster Kapazität, wären von wesentlicher Wichtigkeit. Den

1) Die bezügl. genauen Messungen werde ich demnächst in den Wiener Akademieberichten veröffentlichen.

1) Vgl. hierzu diese Zeitschr. 11, 628, 629, 1910.

Ladungswert oberwähnten Tropfens bestimmt er vermöge der Cunninghamschen Korrektur zu $4{,}89 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. Karl Przibram hat unter Berücksichtigung derselben Korrektur seine 1000 Nebelwerte umgerechnet und findet bezüglich der kleinen Werte, daß für Tröpfchen mit Radien unter $4{,}10^{-5}$ cm die Ladungswerte mit abnehmendem Tropfenradius stark nach abwärts rücken. So liegen für Radien zwischen 3,8 und $3{,}5 \cdot 10^{-5}$ die Maxima der Ladungswerte bei $5 \cdot 10^{-10}$, für Radien zwischen 3,4 und 3,1 bei $4{,}2 \cdot 10^{-10}$, für Radien zwischen 3,0 und 2,7 bei $2{,}6 \cdot 10^{-10}$, für Radien zwischen 2,6 und $2 \cdot 10^{-5}$ bei $2 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. in Übereinstimmung der von mir auch am Nebelteilchen nachgemessenen Werte, also bei Werten, die das Elektron erheblich unterschreiten. Ich will nun an diese Werte, die in dieser Arbeit ermittelten Werte, an ultramikroskopischen Teilchen gewonnen, anreihen, indem ich mich der Korrektur für $f = 0$ anschließe und gleichzeitig bemerke, daß es jedenfalls korrekter wäre, die in den Experimenten von Kundt und Warburg begründete Korrektur $f = 1/2$ einzuführen, die für alle vorerwähnten Ladungen noch kleinere Ladungswerte gibt. An ultramikroskopischen Silberpartikeln findet man für Radien von $2{,}0 - 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ cm im Mittel Ladungen zu $1{,}7 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. und schließlich an den ultramikroskopischen Goldpartikeln für Radien von $0{,}9 - 0{,}3 \cdot 10^{-10}$ im Mittel $1 \cdot 10^{-10}$ absolute elektrostatische Einheiten. Diese letzteren sind fast durchaus aus Serienmessungen am Einzelteilchen erschlossen. Aber auch noch darunter gibt es Ladungswerte.

Es hat also den Anschein, als ob im allgemeinen Partikel mit einem Radius unter $3{,}10^{-5}$ cm fast durchwegs Ladungen tragen, die kleiner sind, als das derzeit zu $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. festgesetzte Elektron.

Ich werde es nicht unterlassen, die Versuche in Zukunft in weitgehendster Weise zu modifizieren und insbesondere an Partikeln mit ganz verschiedenen Dichten Aufklärung zu verschaffen, ferner die Versuche in verschiedenen Gasen und unter verschiedenen Drucken wiederholen. Sollte es mir oder anderen Forschern nicht gelingen, bei einer zahlenmäßig so sicher arbeitenden Methode, wie es die vorliegende von mir angegebene ist, diese Unterschreitungen des Elektrons zahlenmäßig und durch das Experiment begründet anders aufzuklären, dann müßte man entweder der Frage näher treten, die kleinere Konstituente des Elektrons experimentell aufzusuchen, oder falls das nicht gelänge, die Frage zu erwägen, ob wir in der Natur überhaupt Erscheinungen kennen, die für eine atomistische Theorie der Elektrizität zwingend

Tabelle 3.

Beobachter	Material	Radien $\cdot 10^5$ cm	Mittlere absolute elektrost. Ladungen $\cdot 10^{10}$
Millikan — Tropfen 29 f 1105	Öltropfen	45	168—232
Millikan — Tropfen 5 f 1103	Öltropfen	10	4,892
Karl Przibrams Statistik	Phosphornebelteilchen	3,8—3,5	5
		3,4—3,1	4,2
		3,0—2,7	2,6
		2,6—2,0	2,0
F. Ehrenhaft	Ultramikrosk. kolloidales Silber	2,0—1,2	1,7
F. Ehrenhaft	Ultramikrosk. kolloidales Gold	0,9—0,3	1,0

sind. Andernfalls würde die Elektronentheorie bloß eine Mittelwertstheorie darstellen, da die Gleichheit und Unteilbarkeit der Elektrizitätsatome in der Natur nicht begründet wäre. Jedenfalls ist man aber auch verpflichtet, sich um die in der Natur zweifellos vorhandenen Gruppierungen der Ladungen an Partikeln gleichartiger Erzeugung weitere Aufklärung zu verschaffen. Millikan schließt aus Ladungssprüngen von größeren Tröpfchen auf das Elektron; Karl Przibram findet, daß auch, wenn man die Ladungen des Phosphornebels, das einzige Material, an dem die Statistik bisher ausreicht, von Tröpfchen über $3 \cdot 10^{-5}$ cm Radius ein und derselben Größe betrachtet, zwei Maxima vorhanden sind, deren Abstand jedoch nicht bei allen Teilchengrößen dem derzeitigen Elektron entspricht. An kleineren Partikeln kommen aber diese zwei Maxima nicht mehr zum Ausdruck, sondern es ist ein einziges Maximum deutlich ausgeprägt, das mit fallendem Radius der Tropfen immer kleineren Ladungen entspricht, die den angeblichen Elektronenwert durchaus unterschreiten. Man ist, wenn man den Genauigkeitsgrad dieser Methode berücksichtigt, nicht berechtigt, einen Wert $1 \cdot 10^{-10}$ und $5 \cdot 10^{-10}$ absolute elektrostatische Einheiten, sowie sie etwa einer Gruppe angehören würden, als dieselben Ladungen zu betrachten. Es hat den Anschein, als ob die Maxima bei Tröpfchen gleichem Radius in den Przibramschen Kurven, insbesondere auch bei den größeren Tröpfchen, nicht deutlich ausgeprägt sind, und man muß abwarten, ob bei Trennung der positiven und negativen Ladungen in der Statistik sich von Erzeugungsweise und Material unabhängige bevorzugte Ladungswerte werden feststellen lassen; jedenfalls aber wäre da

erst ein bindender Beweis zu suchen, daß diese Gruppierungen nicht vielleicht durch andere Ursachen, etwa solche, wie ich in meinen früheren Abhandlungen schon angedeutet habe, bedingt sind. Wenn man aus solchen Gruppierungen einen Schluß auf die atomistische Konstitution der Elektrizität machen will, dann muß man den Nachweis liefern, daß in dieser die einzige Ursache von Gruppierungen gelegen ist. Ich erwähne, daß in der Natur bei allen Regen Maxima der Häufigkeit der Tropfengrößen scharf hervortreten und durchaus bei denselben Tropfengrößen. Diese liegen im Intervalle

0,225 — 0,274 mg,
0,425 — 0,542 „ „
0,825 — 0,940 „ „

Unter allen bei einem Regen vorkommenden Tropfengrößen überwiegen gewisse Größen und von diesen vorwiegend vorkommenden Tropfen ist das Gewicht der größeren ein Vielfaches des Gewichtes der kleineren. Die Hauptmaxima verhalten sich wie 1:2:4:8; deutlich ausgesprochen ist auch das 16fache und 32fache.

Defant[1]) gelangt zu dem allgemeingültigen Satze, daß das Gewicht der größeren Tropfen ein ganzes Vielfaches vom Gewichte der kleineren Tropfen ist.

Auch die Radien der statistisch gehäuften Nebelteilchen K. Przibrams[2]) weisen gewisse Gruppierungen auf, es ist ein bevorzugter Wert der Tröpfchengröße vorhanden und gerade beim Doppelten dieses Tropfengewichtes ist ein zweites statistisches Maximum gelegen[2]).

Auch die Regentröpfchen tragen bekanntlich elektrische Ladungen. Wenn die kleinen Tröpfchen zusammenfließen, dann wären nicht nur diese Multipla der Größe erklärbar, sondern auch das Auftauchen mehrerer Ladungsmaxima bei Partikeln derselben Größe. Denn diese entstünden durch Zusammenfließen von Tröpfchen verschiedenen Ladungssinnes. Bei einer solchen Statistik müssen aber unter allen Umständen die Tropfen nach Ladungssinn gesondert werden.

Im Gegensatze steht aber mein Messungsbefund und auch der von K. Przibram zu dem von Millikan durch den Umstand, daß Millikan nach Tabelle 12, l. c., S. 1107, an den nach Stokes berechneten Radiengrößen $3-4 \cdot 10^{-5}$ cm bloß Ladungen (nach Stokes gerechnet) von 7,3, 6,8, 6,1 angibt, dagegen zufolge meiner und Przibrams Resultate in demselben Größenbereiche der Teilchen alle Ladungen und selbst bei dieser Größe noch viele das Elektron stark unterschreitende gemessen wurden.

Wenn dagegen bei den Messungen und Berechnungen nach meiner Methode noch irgendwelche unbekannte Umstände im Spiele wären, würde das Ergebnis der letzten Tabelle bedeuten, daß diese bei den kleineren Partikeln stärker wirksam sind. Allerdings ist es auch nur natürlich, daß kleinere Teilchen vermöge ihrer kleineren Kapazität unter sonst gleichen Bedingungen kleinere Ladungen tragen. Doch betone ich, daß mir derzeit kein solcher Umstand bekannt ist und daß auch an größeren Teilchen sich Ladungsunterschreitungen feststellen lassen und daß auch die Abweichungen von den Multiplen reeller Natur zu sein scheinen.

Mag es nun mir oder anderen Forschern dereinst gelingen oder nicht gelingen, die das Elektron $4.9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. unterschreitenden Ladungen anders aufzuklären, möchte ich doch nochmals dem Gedanken Ausdruck verleihen, daß eine derartige Methode, wie ich sie in den Untersuchungen des letzten Jahres angegeben habe, eher als die bisherigen geeignet sein dürfte, die Frage, ob die Existenz eines unteilbaren Elektrizitätsatoms in der Natur begründet ist oder nicht, zu entscheiden. Denn nur eine solche hält sich frei von willkürlicher Mittelwerts- oder Gruppenbildung und geht auch bis an die derzeitige Grenze des optisch Möglichen.

Wien, I. Physikalisches Institut der K. K. Universität, 31. Dezember 1910.

(Eingegangen 5. Januar 1911.)

1) Wiener Sitzungsberichte **114**, 585, 1905. Gesetzmäßigkeit in der Verteilung der verschiedenen Tropfengrößen bei Regenfällen, von Albert Defant.

2) Ich verdanke die Kenntnis dieser Tatsache einer mündlichen Mitteilung von K. Przibram.

Bemerkungen über das photographische Schwärzungsgesetz.

Herrn P. P. Koch zur Antwort.

Von J. Stark.

Die Kritik, welche Herr P. P. Koch an meinen anderen Orts veröffentlichten spektralphotometrischen Untersuchungen[1]) kürzlich in dieser Zeitschrift[2]) publiziert hat, ist unhaltbar, insofern sie auf eine unzulässige Anwendung des Schwarzschildschen Schwärzungsgesetzes gegründet ist und den Punkt verkennt, auf welchen es in meinen Untersuchungen ankommt.

Über die Anwendbarkeit oder Gültigkeit des Schwarzschildschen Schwärzungsgesetzes herrscht in der Literatur einige Verwirrung. Öfters liest man es in folgender Form ausgesprochen: Auf einer photographischen Platte werden gleiche Schwärzungen S von verschiedenen Lichtintensitäten i_1 und i_2 bei verschie-

1) Wien. Ber. **119**, 779, 1910; Ann. d. Phys. **33**, 1449, 1910.

2) Diese Zeitschr. **12**, 12, 1911.

denen Expositionszeiten t_1 und t_2 hervorgebracht, wenn $i_1 t_1^p = i_2 t_2^p$ ist, wo p eine für die betreffende Platte charakteristische Konstante ist. In dieser uneingeschränkten Fassung ist das Schwarzschildsche Gesetz unrichtig. Es ist indes dann richtig, wenn es auf das Gebiet der normalen Exposition oder Schwärzung beschränkt wird; innerhalb dieses Gebietes ist der Schwarzschildsche Exponent p für einen weiten Bereich der Intensität und der Zeit eine Konstante. Außerhalb jenes Gebietes ist p eine Funktion der Intensität und der Zeit. Nimmt man auf diesen beschränkten Gültigkeitsbereich des Schwarzschildschen Gesetzes nicht Rücksicht, so findet man vor allem bei Platten mit kleinem normalem Schwärzungsbereich p als Funktion von i, selbst wenn man i nur im Verhältnis von 2 : 3 variiert. Hierauf haben verschiedene Autoren, welche p als Funktion von i fanden, nicht genügend Rücksicht genommen. Die von Herrn Koch in dieser Hinsicht zitierten Arbeiten und noch andere waren mir wohl bekannt. Aber insofern sie das Schwarzschildsche Gesetz in unzulässiger Weise anwenden oder nicht ausdrücklich auf Normalexposition sich beziehen, können sie wohl hier außer Betracht gelassen werden. Schwarzschild selbst hat sein Gesetz zwar nicht ausdrücklich auf das Gebiet der Normalexposition beschränkt, indes hat er in glücklicher Weise bei dessen experimenteller Prüfung[1]) „sowohl die allerhöchsten Schwärzungsgrade als auch die allergeringsten" ausgeschlossen, sich also in der Hauptsache innerhalb des Gebietes der Normalexposition gehalten und darum p für eine Intensitätsvariation von 1 : 100 konstant gefunden. Und G. Leimbach[2]) hat in einer Untersuchung, deren Zuverlässigkeit Herr Koch wohl zu Unrecht anzweifelt, sich ausdrücklich auf das Gebiet der Normalexposition beschränkt und demgemäß p in Übereinstimmung mit Schwarzschild konstant gefunden.

Auf Grund der im vorstehenden gekennzeichneten unbeschränkten Anwendung des Schwarzschildschen Gesetzes schwebt, wie es scheint, Herrn Koch in seiner Kritik die Meinung vor, daß $p = \frac{n}{m}$ selbst für eine Intensitätsvariation von 1 : 5 unter allen Umständen merklich variabel ist, und auf Grund dieser Meinung hält er es für möglich, daß das Verhältnis $\frac{i_b}{i_g} = \left(\frac{t_g}{t_b}\right)^{\frac{n}{m}} e^{\frac{S_b - S_g}{m}}$ von Lichtbogen- zu Glimmstromintensität für die Reihe der aufeinanderfolgenden Interferenzordnungen allein wegen der Variation des Faktors $\left(\frac{t_g}{t_b}\right)^{\frac{n}{m}}$ infolge der Variation von $p = \frac{n}{m}$ variabel sei. Diese Ansicht ist indes bei richtiger Anwendung des Gesetzes für die normale Schwärzung unzutreffend; es ist vielmehr der Faktor vor der Exponentialfunktion eine Konstante bei meinen Untersuchungen für die Reihe der aufeinanderfolgenden Interferenzordnungen, deren Intensitäten sowohl beim Glimmstrom wie beim Lichtbogen nur innerhalb des Verhältnisses 1 : 7 variierten. Dies ist leicht dann zu ersehen, wenn man für die Darstellung der Verhältnisse im Gebiet der normalen Schwärzung nicht das Schwarzschildsche Gesetz, sondern eine andere Formel benutzt, welche, wie mir scheint, die in Betracht kommenden Verhältnisse besser zu überblicken erlaubt.

Wie aus den Untersuchungen einer Reihe von Autoren hervorgeht, hat die photographische Trockenplatte die Eigenschaft, daß für eine bestimmte chemische Behandlung innerhalb einer gewissen Schwärzungsdifferenz ΔS_n, dem Gebiet der normalen Exposition, zwischen Schwärzung, Intensität und Zeit für Licht von konstanter spektraler Zusammensetzung oder noch besser für homogenes Licht folgender Zusammenhang besteht: $S = \log (k i^m t^n)$. Hierin sind k, m und n Konstanten, jedenfalls solange i und t innerhalb des Verhältnisses 1 : 10 variiert werden. Aus dieser Formel folgt, wie man leicht sieht, als Spezialfall das Schwarzschildsche Gesetz. Es ist nämlich $S_1 = S_2$ für $i_1^m t_1^n = i_2^m t_2^n$ oder, wenn $\frac{n}{m} = p$ gesetzt wird, für $i_1 t_1^p = i_2 t_2^p$. Die Konstanz der Größen k, m und n innerhalb eines gewissen Bereiches der Intensitätsvariation zieht also die Konstanz des Schwarzschildschen Exponenten p nach sich. Nun ist n, wie aus der Fig. 2 meiner kürzlich auch in den Annalen der Physik (**33**, 1458, 1910) veröffentlichten Abhandlung zu entnehmen ist, selbst innerhalb einer Intensitätsvariation von 1 : 10^4 bei den verwendeten Platten konstant. Wie aus der hier beigegebenen Figur 1 zu ersehen ist, konnte ich m jedenfalls innerhalb einer Intensitätsvariation von 1 : 7 bei den in meiner ersten Arbeit verwendeten Platten als konstant betrachten. Dies zeigt auch die Fig. 2, welche ich für Lumière-Platten bei etwas anderer chemischer Behandlung erhielt; die in ihr dargestellten Kurven entsprechen teils verschiedenen Expositionszeiten teils verschiedenen anfänglichen Intensitäten der Linie λ 4359. Wie ferner aus den Untersuchungen Schwarz-

1) K. Schwarzschild, Publ. d. v. Kuffnerschen Sternwarte Wien **5**, 1900.

2) G. Leimbach, Die absolute Strahlungsempfindlichkeit von Bromsilbergelatineplatten. Dissertation, Göttingen 1909.

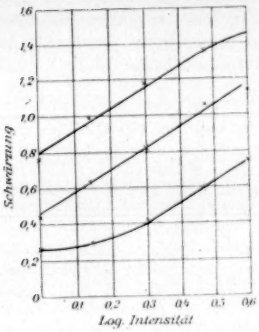


Fig. 1.

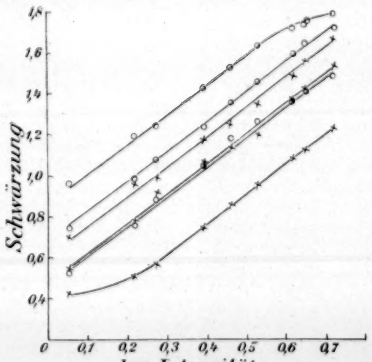


Fig. 2.

schilds folgt, ist p und somit auch m selbst für eine Intensitätsvariation von 1:100 eine Konstante. Dieses Resultat Schwarzschilds konnte ich auch an Lumière-Platten für die Linie λ 4359 bestätigen; die Änderung von m bei einer Intensitätsvariation von $1 \cdot 10^3$ war kleiner als 5 Proz. des anfänglichen Wertes[1]). Ganz abgesehen davon also, ob m in einem noch größeren Bereich der Intensitätsvariation innerhalb des normalen Schwärzungsgebietes seine Konstanz bewahrt, durfte ich mit Recht jedenfalls innerhalb des Variationsbereiches 1:7 der Intensitäten der aufeinanderfolgenden Interferenzordnungen m als konstant betrachten, und zwar einerseits für die Lichtbogenintensitäten ($m = m_b$), andererseits für die Glimmstromintensitäten ($m = m_g$).

Innerhalb des, durch eine besondere Untersuchung ermittelten Gebietes der Normalexposition durfte ich demnach setzen $S_b = \log (k_b\, i_b^{m_b}\, t_b^{n})$ und $S_g = \log (k_g\, i_g^{m_g}\, t_g^{n})$, worin k_b, k_g, m_b, m_g und n Konstanten sind. Hieraus folgt

$$\frac{i_b}{i_g} = \frac{k_g^{\frac{1}{m_g}}\, t_g^{\frac{n}{m_g}}}{k_b^{\frac{1}{m_b}}\, t_b^{\frac{n}{m_b}}}\, e^{\left(\frac{S_b}{m_b} - \frac{S_g}{m_g}\right)} = C\, e^{\left(\frac{S_b}{m_b} - \frac{S_g}{m_g}\right)}.$$

Es ist also selbst bei aller Vorsicht $k_g \lesssim k_b$, $m_g \lesssim m_b$) der Faktor $C = \frac{k_g^{\frac{1}{m_g}}\, t_g^{\frac{n}{m_g}}}{k_b^{\frac{1}{m_b}}\, t_b^{\frac{n}{m_b}}}$ bezw. der Faktor $\left(\frac{t_g}{t_b}\right)^{\frac{n}{m}}$ (für $k_g = k_b$ und $m_g = m_b$) in meinen Versuchen eine Konstante und darum ohne Einfluß auf eine etwaige Variation des Verhältnisses

$$\frac{\text{Intensität im Lichtbogen}}{\text{Intensität im Glimmstrom}}$$

mit der Interferenzordnung. Da es mir bei meiner Untersuchung lediglich auf die Konstanz bezw. Variation dieses Verhältnisses mit der Interferenzordnung ankam, und da ich jenen Faktor als konstant zu betrachten hatte, so legte ich keinen Wert darauf, seinen Wert genau zu bestimmen; so habe ich den Wert $p = \frac{n}{m} = 0{,}96$ durch $p = 1$ ersetzt. Die Genauigkeit der Bestimmung jenes Faktors C kommt also bei der Untersuchung der aufgeworfenen Frage gar nicht in Betracht; er ist nicht, wie Herr Koch auf Grund seiner Auffassung von dem Schwärzungsgesetz meint, innerhalb der Variation der Intensitäten der aufeinanderfolgenden Interferenzordnungen unter den von mir gewählten Bedingungen variabel, sondern mit großer Genauigkeit konstant.

Wenn nun auch der Einwand des Herrn Koch durch die vorstehenden Darlegungen für erledigt gelten darf, so möchte ich selbst auf einen Punkt hinweisen, in welchem meine Untersuchungen einer experimentellen Nachprüfung bedürfen. In meiner Abhandlung habe ich $m_b = m_g = m$ angenommen, also die Formel

$$\frac{i_b}{i_g} = C\, e^{\frac{S_b}{m_b} - \frac{S_g}{m_g}}$$

durch die Formel

$$\frac{i_b}{i_g} = C\, e^{\frac{S_b - S_g}{m}}$$

1) Eine ausführliche Mitteilung über die Größen k, m und n des Schwärzungsgesetzes wird an anderer Stelle erscheinen.

ersetzt. Ich wurde dazu durch die Koinzidenz der Gebiete der Normalexposition für die Intensitätsvariation und für die Zeitvariation einerseits und durch die Feststellung der Konstanz des Zeitexponenten n für eine Intensititätsvariation von ungefähr $1:10^4$ andererseits veranlaßt. Nachträglich sind mir indes Bedenken gegen die Gleichung $m_b = m_g$ gekommen, da es fraglich erscheinen muß, ob Licht von sehr geringer Intensität noch in derselben Weise wie intensives Licht wirkt, wenn beide Lichtsorten nicht bloß in ihrer mittleren Intensität, sondern vielleicht auch in einem sehr wenig mit der mittleren Intensität variablen Zustandsparameter (Intermittenzen, Schwankungen) verschieden sind. Es erscheint mir möglich, daß in meinen Versuchen m_b nicht gleich m, sondern kleiner war, und daß darum bei Anwendung der strengen Formel $\frac{i_b}{i_g} = C\, e^{\frac{s_b}{m_b} - \frac{s_g}{m_g}}$ dieses Intensitätsverhältnis, wenn überhaupt, so doch vielleicht weniger, als die von mir benutzte Formel ergibt, mit der Ordnungszahl in den niederen Interferenzordnungen variiert. Aus diesem Grunde habe ich Versuche mit verbesserten Anordnungen vorbereitet, in denen innerhalb jedes der zu vergleichenden Photogramme m_g und m_b bestimmt werden. Wie bereits die mitgeteilten Versuche erkennen lassen, wird es genügen, m_g und m_b auf 5 Proz. genau zu ermitteln.

Welches nun auch das Ergebnis dieser Versuche sein wird, so kann doch schon jetzt festgestellt werden, daß eine Bestätigung meiner bereits veröffentlichten Versuche nicht, wie Herr Koch meint, zur Folge haben wird, „unsere derzeitigen Anschauungen von den Grundlagen der Optik umzustürzen". Wie nämlich H. A. Lorentz[1]) erklärt hat und wie ich ebenfalls ausdrücklich[2]) betont habe, können jene Untersuchungen sowohl nach der Lichtquantenhypothese wie nach der Hypothese von Wellen in einem unbegrenzt kontinuierlichen Äther gedeutet werden, und meine Darlegungen über die Folgerungen über die Natur des Lichtes aus Interferenzbeobachtungen hatten lediglich die Aufgabe, zu zeigen, daß die Interferenzerscheinungen nicht als tödliches Argument gegen die Hypothese kohärenter Lichtquanten betrachtet werden können. Die von mir aufgeworfene Frage, ob das Intensitätsverhältnis aufeinanderfolgender Interferenzordnungen von der Intensität oder der Erzeugungsart des verwendeten Lichtes abhängt oder, mit anderen Worten, das Problem der räumlichen Ausdehnung geordneter Lichtaggregate verschiedener Herkunft ist ohne Rücksicht auf eine spezielle Hypothese über die Natur des Lichtes experimenteller Untersuchung wert.

Aachen, Physik. Institut d. Techn. Hochschule, 8. Januar 1911.

(Eingegangen 10. Januar 1911.)

1) H. A. Lorentz, diese Zeitschr. 11, 1230, 1910.
2) Jahrb. d. Rad. u. El. 7, 402, 1910.

Atomgewichtsbeziehungen.
(Atomic Weight Relations.)

Von F. H. Loring.

Mit 1 Tafel (I).

In dieser Arbeit werden einige neue Atomgewichtsbeziehungen mitgeteilt. Die ersonnenen Methoden weisen auf eine Anzahl neuer Werte hin. Es ist ein leichtes, Gründe zu finden, die irgendeine Rechnungsreihe stützen. Es ist daher nicht nötig, in eine Erörterung einzutreten. Der Text wird sich hauptsächlich auf eine Reihe von Tabellen und Figuren beschränken, die sich von selbst erklären. Ich habe ein paar Versuche gemacht, die in Frage stehenden Werte mit bekannten Substanzen zu identifizieren, aber diese Versuche sind einigermaßen willkürlich. In ein paar Fällen, die offenbar zweifelhaft sind, habe ich Fragezeichen hinzugefügt. Man muß meine früheren Arbeiten hinzunehmen, die im Laufe des Jahres 1909 in den Chemical News veröffentlicht worden sind; es werden nämlich einige der ursprünglichen Tabellen hier in veränderter und erweiterter Gestalt wiedergegeben; diese sind mit „A" bezeichnet.

Was zunächst die Tabelle IA[1]) angeht, so sind hier die radioaktiven Elemente (mit Ausnahme von *Ur*, *Th*, *Io* und *Ra* in der neunten Vertikalreihe) als interperiodische Werte eingeführt, und die Emanationen zeigen das Bestreben, zwischen säurebildende und entschieden basische Elemente zu fallen, wie bei den inaktiven Gasen am oberen Ende der Tabelle.

Die Tabelle II zeigt ein Verfahren, unbekannte Werte näherungsweise dadurch abzuleiten, daß man gewisse Atomgewichte verdoppelt oder halbiert. In der Tabelle IA zeigen

Tabelle II.

Elemente der Gruppe II Atomgewichte von 1911	Elliptische Werte	Inaktive Elemente (Näherungswerte)
Zn = 65,37	65,32	*Zn* × 2 = 130,64 = *Xe*
Sr = 87,63	87,56	*Sr* × 2 = 175,12 = „*Y*"
Cd = 112,40	112,48	*Cd* × 2 = 224,96 —
Ba = 137,37	137,32	*Ba* : 2 = 68,66 = *Ac* Em?
Hg = 200,0	200,00	*Hg* : 2 = 100,00 = *Th* Em?
Ra = 226,4		

1) Die Tabelle IA befindet sich auf besonderer Tafel (I).

die durch Linien miteinander verbundenen Elemente die Anwendung dieses Verfahrens zur Ableitung gewisser unbekannter Werte, und die Tabelle III, die eine Erweiterung dieses Verfahrens veranschaulicht, zeigt einen Versuch, zu genauen Verhältnissen zu gelangen.

Tabelle III.

$(Sr = 87{,}56) : (\text{„}Y^{\text{u}} = 174{,}96) =$	$(Cd = 112{,}47) : (- = 224{,}73)$
$(Yt = 89{,}06) : (- = 178{,}85) =$	$(In = 114{,}72) : (Io? = 230{,}36)$
$(-\text{Em} = 89{,}74) : (- = 179{,}48) =$	$(Th\,\text{Em} = 116{,}29) : (Th = 232{,}58)$

Die Tabelle IV deutet ein Verfahren an, die inaktiven Gase durch die Vereinigung basischer und saurer Prinzipien aufzubauen. Die obersten Werte in den einzelnen durch Klammern zusammengefaßten Gruppen der Spalten A und B sind die Werte vom Jahre 1910. Die nächstfolgenden Werte sind die, welche sich durch das System von Ellipsen usw. (siehe Chemical News **99**, 148, 1909) ableiten lassen, und die letzten Werte in jeder Gruppe sind die korrigierten Werte, die man nach einem in derselben Zeitschrift[1]) angegebenen Verfahren erhält. In ähnlicher Weise sind diese charakteristischen Werte in derselben Reihenfolge in der Spalte C zu Vergleichszwecken angeordnet.

Tabelle IV.

Basenbildende Gruppe II A		Säurebildende Gruppe VII B		Neutrale Gruppe 0 (oder IX) C
Mg	24,32 24,29 24,343 + (4 × 7,5) + Cl	35,460 35,45 35,454 =	89,78 89,74 89,797 ?	
Ca	40,09 40,07 40,101 + 7,50 + Cl	35,460 35,45 35,454 =	83,05 83,02 83,055	Kr = 83,0 82,97 83,030 82,92 (1911)
Zn	65,37 65,32 65,353 + (4 × 7,5) + Cl	35,460 35,45 35,454 =	130,83 130,77 130,807	Xe = 130,7 130,77 — 130,2 (1911)
Sr	87,62 87,56 87,676 + 7,50 + Br	79,916 79,90 79,898 =	175,036 174,96 175,074	„Y^{u} = 174,97(8)
Cd	112,40 112,47 112,373 + (4 × 7,5) + Br	79,916 79,90 79,898 =	222,316 222,37 222,322	$Rā$ Em = 222,374 (?)*)
Ba	137,37 137,32 137,373 + 7,50 + Br	79,916 79,90 79,898 =	224,786 224,72 224,771 ?	

*) Ra 226,363 − 3,989 = 222,374.

Die Tabelle V zeigt die inaktiven Gase (mit ihren hypothetischen Werten) in einer aufsteigenden Reihe sämtlicher Elemente von Neon bis Uranium angeordnet. Einige Lücken in der Reihe sind, wie in den übrigen Tabellen, angedeutet.

Die Tabelle VI zeigt gewisse regelmäßige Gruppierungen von Differenzen, die sich aus den Gruppen A und B ergeben, und die nicht in Gruppen geordneten, mit a, b, c, d bezeichneten Differenzen stehen in dem Verhältnis $a : b = c : d$.

Fig. 1 zeigt einen Versuch, die Atomgewichte der stabilen inaktiven Gase mit Hilfe einer geometrischen Figur, in welcher die Werte längs solcher Halbkreise (von der Grundlinie oder dem gemeinsamen Durchmesser an gemessen) aufgetragen sind, deren Halbmesser die Logarithmen von 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 sind, den Punkten zuzuordnen, die von einer Ellipse geschnitten werden. Der Wert im Punkte a ist

Tabelle VI.

	Atomgewichte	Differenzen	
	He = 3,98		
		5,77 (a)	
	— 9,75		
		10,25 (b)	
	Ne = 20,00		
		19,90 (c)	
	Ar = 39,90		
		28,76	
A	Ac Em = 68,66?		
		14,31	= 49,84
	Kr = 82,97		
		6,77	
	— Em = 89,74		
		26,55	
B	Th Em = 116,29?		
		14,48	= 49,84
	Xe = 130,77		
		8,81	
	— Em = 139,58		
		35,38 (d)	
	Ka Em = 174,96?		

Oder dieser Wert kann dem der Radiumemanation vorangehen.

1) Chemical News **102**, 228, 1910.

Tabelle V.

Ne			Te		
Na			Xe		
Mg			Cs		
Al			Ba		
Si			La		139,58
P			Ce		
S			Pr		
Cl			Nd		
K			Sa		
Ar		39,90	Eu		39,90
Ca			Gd		49,84
Sc			Tb		89,74
Ti			Dy	21	49,84
V	20		Ho		139,58
Cr		20	Er		
Mn			Tu		
Fe			Ny		[Ny = Neoytterbium]
Ni			Lu		
Co			Ra Em		174,96 (oder „Yttr")
Cu			—		
Zn			—		
Ga		68,66	—		
Ge			—		
As			Ta		
Se			W		
Br			—		
Kr			Os		
Rb			Ir		
Sr			Pt		
Yt		89,74	Au		
Zr			Hg	19	
Nb			Tl		
Mo			Pb		
Np ?			Bi		
Ru	19		—		
Rh			—		
Pd		18	—		
Ag			—		
Cd			Ra		
In		116,29	—		
Sn			Th		
Sb			—		
J			Ur		

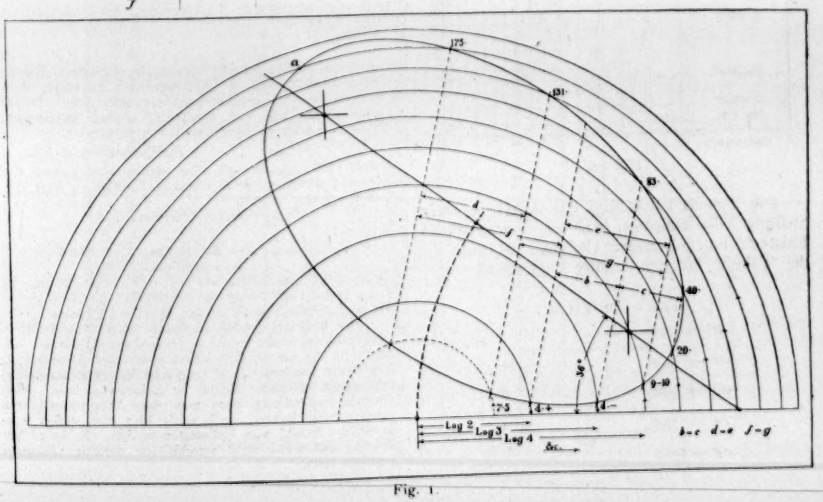


Fig. 1.

von der Größenordnung 223. Die Plus- und Minuszeichen bezeichnen Werte, die ein wenig über oder unter den angegebenen liegen.

Fig. 2A zeigt die inaktiven Gase, die hier so aufgetragen sind, daß die der interperiodischen Klasse einer Kurve zugeordnet sind, die ihren Anfangspunkt im Argon hat, oder durch diesen Punkt hindurch geht.

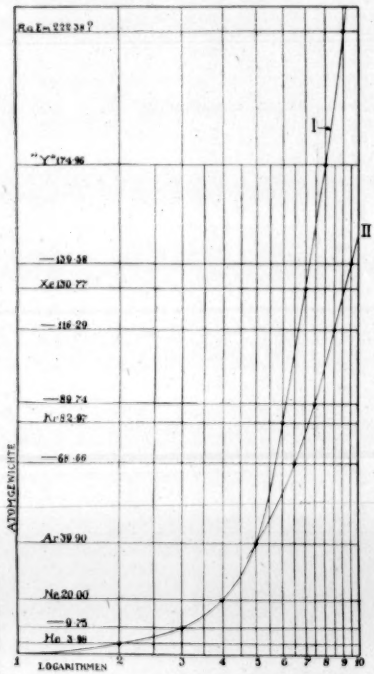


Fig. 2A.

Die Tabelle VIIA zeigt das Argon in einer Stellung, die andeutet, daß es eine zweifache Existenz hat. Derselbe Gedanke ist auch in der Tabelle IA zum Ausdruck gebracht.

Tabelle VIIA.

Ar = 39.9			
		0	
Ar = 39.9			16
		16	
Fe = 55.9			8
		24	
Br = 79.9			4
		32	
Ag = 107.9			

Fig. 3 zeigt vier Kurven, die durch die Schmelzpunkte von vier Reihen von Elementen gezogen sind, und zwar sind die Schmelzpunkte als Ordinaten zu den periodischen Stellen aufgetragen, die den Elementen nach der Tabelle IA angewiesen sind. Die Halbperiodenstellen zugeordneten Emanationen, die natürlich als Gase mit sehr niedrigem Schmelzpunkt angesehen werden, fallen auf eine Linie. Eine Kurve, die durch Siedepunkte gezogen ist, zeigt vielleicht an, daß die entsprechende Kurve für Schmelzpunkte in der Nähe der Emanationen möglicherweise die Gestalt eines **W** annimmt. Der Zweck dieser Kurven ist, zu zeigen, daß die Stellungen, die den Emanationen in der periodischen Tabelle zugewiesen werden, durchaus im Einklang mit einigen ihrer physikalischen Eigenschaften stehen.

Allgemeine Bemerkungen.

In der Mehrzahl der hier mitgeteilten Tabellen sieht man, daß dieselbe wiederkehrende Reihe von Werten in Einklang steht, und daß offenbar ein roher Zusammenhang zwischen der Lebensdauer der interperiodischen Elemente und den basischen Eigenschaften besteht, die ihnen durch ihre Stellung in der Tabelle IA zugeschrieben werden[1]). Nach der Methode dieser Tabelle besitzen also die radioaktiven Elemente, die einem neutralen Typus angehören oder ihm nahekommen, eine besonders kurze Lebensdauer.

Argon (siehe auch Helium in Fig. 1) scheint eine zweifache Charakteristik zu besitzen, als ob zwei Elemente von wesentlich demselben Molekulargewicht beständen. Diese Folgerung stützt sich aber auf schwache Gründe, die spekulativer Natur sind.

1) Um die dargestellte Stammlinie zu erklären, könnte man annehmen, daß ein Aufbauprozeß stattfindet, dem ein Zerfall der so gebildeten Atomstruktur folgt. Dieser Gedankengang läßt sich durch eine Formel ausdrücken, die in ihrer komplizierten Gestalt lauten würde:

$$\{2(a-b)+2a\}/5-b = \text{(beispielsweise) } Ra\text{ Em.}$$

Durch kleine Änderungen, bei denen aber immer der Divisor 5 mitspielt, gelangt man schließlich zu einer einfacheren Form, nämlich zu

$$(a_b-b)/5 = \text{Helium (?).}$$

Hier sind

$$a,\ a_1,\ a_2,\ a_3 \ldots = Ra,\ Ra\text{ Em},\ Ra\ B,\ Ra\ C \ldots,$$
$$b = \text{Helium.}$$

Dabei erhält man Werte wie 175, 138, 109, 86, 64, 24 und 4 (unter Fortlassung der Bruchteile), die recht gut in die interperiodischen Plätze der Tabelle IA passen.

Man muß notwendig annehmen, daß die α-Teilchen (Heliumatome) nicht immer in Freiheit gesetzt werden, obschon sie für gewöhnlich innerlich von der Atomstruktur losgetrennt werden. *Ra A* (mit sehr kurzer Lebensdauer) scheint ein störender Faktor im Schema zu sein. Eine ähnliche Behandlung kann man den Aktiniumprodukten zuteil werden lassen, doch spielt hier eine stärker veränderliche Anzahl von Heliumatomen mit. Es ist zu beachten, daß man leicht verschiedene derartige Formeln ersinnen kann.

Der Wert 7,50 kann ein Vielfaches irgendeines Teilelementes sein, etwa des von Mendelejeff vermuteten (ungefähr 0,4), oder beispielsweise von 0,5 oder von 0,268. Ehe man aber

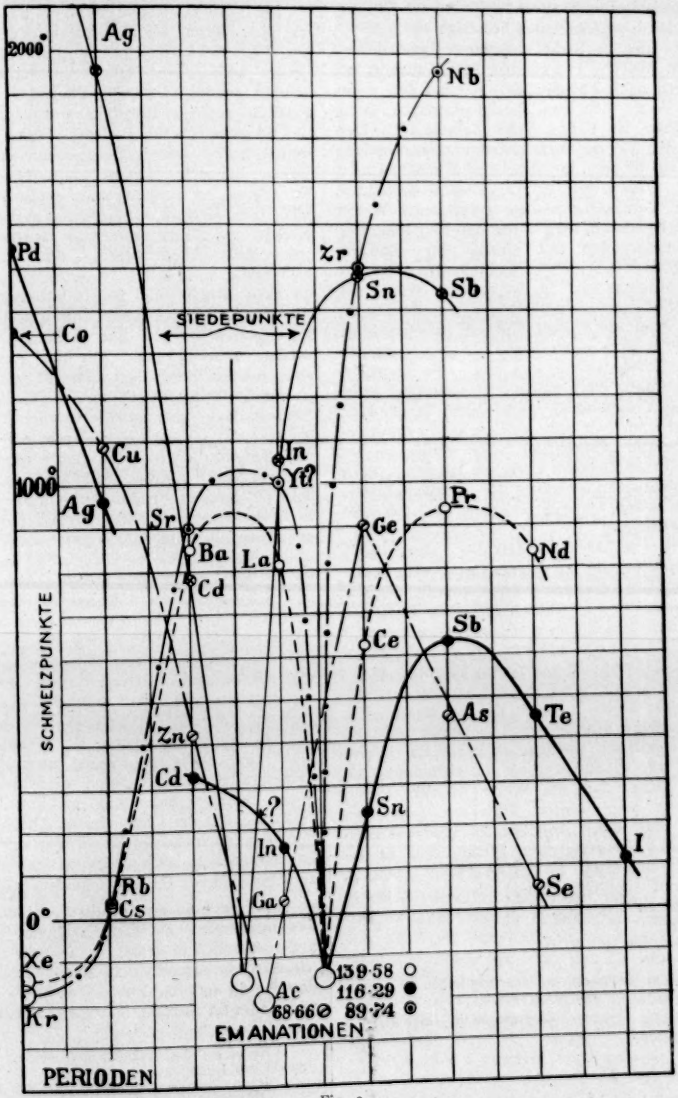


Fig. 3

an weitere Schlußfolgerungen auch nur denken könnte, müßte durch experimentelles Beweismaterial die erste Voraussetzung einer Vereinigung basischer und saurer Prinzipien zur Bildung eines inaktiven Elementes bestätigt werden.

Was die in Rede stehenden Emanationen mit den Werten 116,29 und 89,74 angeht, so würde es nach Tabelle IA scheinen, daß diese beiden Werte sich vom Thorium herleiten, denn das Mittel ist 103,0 (siehe Tabelle II). Der Wert, der hier der Aktiniumemanation beigelegt wird, ist 68,66; das gibt ein Verhältnis der beiden Werte von 1,5:1. Dieses Verhältnis kommt dem experimentell gefundenen Werte 1,42 nahe, den S. Ruß[1]) für das Verhältnis der Molekulargewichte auf Grund der relativen Diffusionskoeffizienten dieser beiden Emanationen erhalten hat. In der Tabelle, welche die elliptischen Kurven enthält[2]), füllen die Werte (68,66 und 116,29) die Lücken zwischen Zink und Germanium einerseits und zwischen Kadmium und Antimon andererseits aus. Es ist merkwürdig, daß eine Emanation unterhalb des Thorium *X* vorausgesagt wird (siehe Tabelle IA), die nach den hier aufgestellten Ansichten ungefähr dieselbe Lebensdauer haben würde wie das letztgenannte Element, aber, wie dargelegt, vom Uranium abstammen würde. Ein interperiodisches Element würde vielleicht zwischen Blei und Wismut auftreten.

Es ist zu beachten, daß die Tabelle, oder die Übersichtstafel, mit den erwähnten elliptischen Kurven, sich folgenden Werten anpaßt, die, wie man sehen wird, praktisch dieselben sind, wie die in den beigegebenen Tabellen benutzten:

179,48; 174,97; 178,85; 130,77; 114,72; 107,90; 87,56; 82,98; 79,90; 55,90; 35,45; 3,98; (9,75); 20,00; 24,29; 39,90; 40,07; 65,32; 89,06; 112,48; 137,32; 232,57.

Die obere Hälfte der Tabelle ist nicht so weit ausgedehnt worden, daß sie die Werte 222,38, 226,37 und 230,36 mit aufnimmt. Ich glaube nicht, daß die Werte in allen Fällen durch die angewandten Verfahren genau bestimmt sind, denn Änderungen in den Einzelheiten des ursprünglichen Planes sind zu erwarten. Immerhin ist ein Versuch gemacht, annähernd eine Genauigkeit bis auf die zweite Dezimale zu erreichen.

1) Phil. Mag. (6) **17**, 412.
2) a. a. O.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 9. Januar 1911.)

Das Phonendoskop als Wünschelrute.

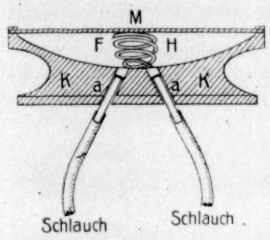
Von K. R. Koch.

Im Laufe des letzten Sommers trat die Frage an mich heran, ob sich auf irgendeine Weise das Vorhandensein eines Grundwasserstromes, bevor kostspielige Bohrungen unternommen wurden, in der Nähe eines Hauses, das auf der Paßhöhe zwischen Dornbirn und Schwarzenberg (im Bregenzer Wald, Bödele) gelegen ist, nachweisen ließe. Ich erinnerte mich, daß ich vor Jahren bei dem Graben eines Brunnens im Dreisamtal bei Freiburg i. Br. deutlich das Rauschen des Grundwasserstromes, bevor derselbe erreicht war, und zwar ohne Instrument mit freiem Ohr, gehört hatte; es erschien mir deshalb nicht aussichtslos zu sein, zu versuchen, ob nicht durch einen passenden empfindlichen Apparat ein vorhandener unterirdischer Strom selbst schon von der Erdoberfläche aus nachweisbar sein möchte. Mit der Konstruktion eines solchen beschäftigt, den ich mir entweder als empfindliches Mikrophon oder nach Art eines Stethoskops — aber zum Hören mit beiden Ohren eingerichtet — dachte, fiel mir ein, daß ich vor einigen Jahren von der Firma Martin Wallach Nachf. in Kassel ein Instrument, „Phonendoskop" genannt, für die Sammlung des Instituts zu Demonstrationszwecken erworben hatte, das möglichenfalls dem angegebenen Zwecke direkt dienen konnte. Dasselbe nach den Angaben — wie in der Beschreibung gesagt — von E. Bazzi und A. Bianchi für medizinische Zwecke konstruiert[1]) —, besteht im wesentlichen aus einem festen Metallklotz (*K*), in dem sich zwei Öffnungen (*aa*) zur Aufnahme der Ansatzröhren für die Hörschläuche befinden, die mit Oliven versehen in das Ohr gesteckt werden; die Höhlung (*H*) des Metallklotzes ist mit einer dünnen Hartgummischeibe *M* überdeckt, die durch eine Feder (*F*) ständig nach außen gedrückt wird. Der Apparat wird nun in der Weise benutzt, daß, wie erwähnt, die Hörschläuche mit den Oliven in den Gehörgang eingeführt werden und der Metallklotz, mit der Hartgummimembran nach unten gerichtet, auf die zu untersuchende Stelle des Bodens gelegt wird.

Ich legte nun an der oben erwähnten Stelle das Instrument auf den Erdboden und war außerordentlich überrascht, ein starkes Geräusch (Brausen) in demselben zu hören. Ich probierte dasselbe an anderen Orten, ohne etwas zu hören, und wieder an anderen, an denen Geräusche mehr

1) Es ist auf dem Prospekt bezeichnet als: Neues Instrument zur Erforschung der Geräusche im Innern des menschlichen Organismus konstruiert usw. usw. Pat. 10223, D. R. P 85784.

oder weniger deutlich (immer in der Form eines Sausens) wahrnehmbar waren. Ich begab mich darauf mit dem Instrument auf eine isolierte Bergkuppe, unter der ein Grundwasserstrom nicht vermutet werden konnte, tatsächlich war auch kein Geräusch wahrzunehmen. Dann legte ich das Phonendoskop rund 10 m oberhalb einer zutage tretenden Quelle auf die Erde; es war nur ein äußerst schwaches Geräusch vernehmbar, das aber stärker und stärker wurde, je mehr ich mich mit dem Instrument seitlich begab. Es war nicht schwer, diejenige Stelle zu finden, an der das Sausen am kräftigsten war, ich also gerade über dem unterirdischen Wasserlauf beobachtete.



Im Spätjahr ließ ich nun in der Nähe der Stelle, an der ich den Grundwasserstrom mit dem Phonendoskop gehört zu haben glaubte, einen Brunnen graben. In 5 m Tiefe ca. stieß man auf eine mit Wasser durchtränkte Schicht, die bei weiterem Graben den Grundwasserstrom in einer Kiesschicht bei 10,8 m Tiefe zutage brachte.

Es liegt nahe, das Phonendoskop, wie schon vorher erwähnt, durch ein geeignet konstruiertes Mikrophon — ich denke an etwas ähnliches, wie Edisons Mikrotasimeter — zu ersetzen, doch würde ich, wenn nicht eine bedeutend größere Empfindlichkeit damit erreicht würde, ersterem wegen seiner Einfachheit den Vorzug geben, da es hierbei keiner Batterie, keines Telephons usw. bedarf; das ganze Phonendoskop (in obenstehendem Schnitt in natürlicher Größe dargestellt) (samt zugehörigen Gummischläuchen) ist in einem Kästchen von $13 \times 7 \times 3$ cm verpackt, das sich bequem in der Tasche tragen läßt; das Instrument selbst ist jeden Moment gebrauchsfertig. Da sich mithin das Phonendoskop für den gegebenen Zweck vorzüglich eignet, so sah ich von der Ausführung meiner eigenen Konstruktion ab.

Selbstverständlich wird sich stehendes oder nur sehr langsam fließendes Grundwasser mit dem Phonendoskop wohl nicht nachweisen lassen, aber sonst, also speziell in gebirgigem und hügligem Gelände, möchte dasselbe für das Auffinden von Grundwasserströmen recht brauchbar sein, sofern sie in mäßiger Tiefe fließen.

Stuttgart, Physik. Institut der Techn. Hochschule 1910.

(Eingegangen 31. Dezember 1910.)

Die Bestimmung „des mechanischen Wärmeäquivalentes" in Vorlesung und Praktikum.

Von F. Paschen und K. Wolff.

Es ist wohl oft der Mangel empfunden, einem größeren Auditorium obige wichtige Äquivalentzahl experimentell so vorzuführen, daß die nötigen Ablesungen von den Zuhörern selber gemacht, resp. kontrolliert werden können. Die Anordnung von Grimsehl[1]), Reibung eines kupfernen Luftthermometergefäßes in einem Holzkonus bewirkt durch ein fallendes Gewicht, ist bereits recht anschaulich. Aber man erhält die Wärmemenge zu klein, da ein großer Teil derselben in der reibenden Holzwand ungemessen stecken bleibt. Die hier beschriebene Anordnung hat zwar den Grundgedanken mit der Grimsehlschen gemeinsam, vermeidet aber durch eine Reihe von Kunstgriffen deren Unvollkommenheiten.

Die Anordnung wurde erst sehr roh von dem einen von uns für die Vorlesung improvisiert. Die weitere Ausarbeitung, besonders durch den anderen von uns, führte zu einem einfachen Apparate, der in bezug auf Genauigkeit den meisten im Praktikum gebräuchlichen Apparaten überlegen sein dürfte.

I. Rohe Anordnung.

Ein gut polierter Kupferzylinder wird horizontal, die Endflächen zwischen Hartgummistücken in einem schweren Schraubstock eingeklemmt. Ein möglichst kleiner weicher Lederlappen umhüllt seine Oberfläche, die rauhe Seite auf dem Kupfer. Eine starke Schnur, welche 25 Kilo tragen kann, wird herum gewunden. An das herabhängende Schnurende werden 25 Kilo gehängt. Bei guter Politur der Oberfläche zieht sich die Schnur von selber gerade so fest, und die Reibung reguliert sich automatisch gerade so, daß das Gewicht langsam mit gleichförmiger Geschwindigkeit (das Leder auf der Oberfläche gleitend) herabsinkt. Die Arbeit ist, für jeden Zuhörer offensichtlich, 25 Kilogr.-Gew. $\times$ Fallhöhe. Die kinetische Energie des Gewichtes verschwindet dagegen. Die Wärmemenge ist gleich der Wärmekapazi-

1) Grimsehl, diese Zeitschr. **4**, 568, 1903.

tät des Kupferblockes mal der Temperatur-Erhöhung. Letztere wird mit einem Thermoelemente Eisenkonstantan gemessen, welches durch eine Bohrung bis in die Mitte des Kupferblockes geführt ist. Die Demonstration des Thermostromes geschieht mit einem sehr schnell schwingenden und sehr stark gedämpften Galvanometer[1]).

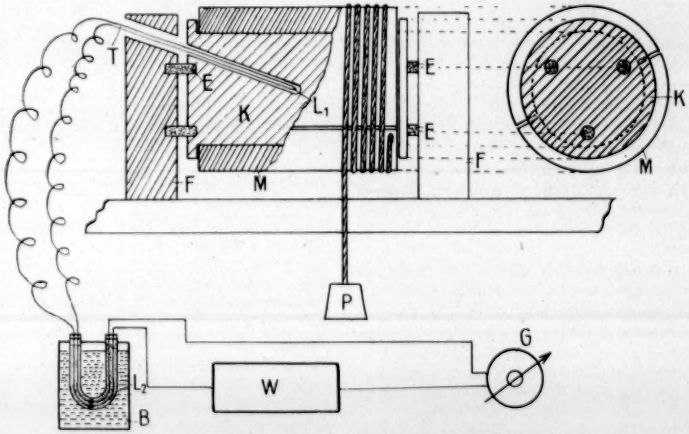
Den Gradwert der Galvanometerskale bestimmt man mit Wasser von 10^0 und 20^0, in welches das Thermoelement neben dem Quecksilber eines Normalthermometers abwechselnd eingetaucht wird.

Bei diesem rohen Versuch wird die nach obigem bestimmte Wärmemenge stets zu klein gefunden (bei unserem Apparat um ca. 12 Proz.). Die zu wenig erhaltene Wärmemenge ist im schlecht leitenden Leder bei der Reibung desselben erzeugt und nicht auf das Kupfer übergeleitet worden.

II. Die feinere Anordnung (vgl. Figur).

Der Kupferzylinder K (31 mm Durchm., 54 mm Länge) wird zwischen 6 Elfenbeinstückchen E gehalten. Statt des Leders reiben 2 Kupferhalbzylinderschalen M von 6 mm Dicke auf dem Zylinder. Unter Zwischenlegung von einem Stückchen dünnster Schleierseide, welches trocken mit einer Spur Seife bestrichen wird, reguliert sich auch hier die Reibung von selber in oben beschriebener Weise. 25 Kilo sinken in $1^1/_2$ Minute gleichförmig um 1 Meter. Die Schnur bringt keinen Fehler, weil sie Wärme schlecht leitet und nicht reibt. Die Wärmemenge wird nicht mehr merkbar zu klein erhalten.

Für die Vorlesung wird die Wärmekapazität der Kupfermasse vorausgesetzt. Der Gradwert der Galvanometerskale wird auf 20 cm pro 1^0 C abgeglichen. Das Experiment ist dann in 2 Minuten beendet. Da es ja kaum einer Erläuterung bedarf, und langwierige Korrektionen vermieden sind, nimmt die ganze Sache kaum 5 Minuten in Anspruch. Im Praktikum bildet die genaue Bestimmung der Wärmekapazität des Kupfers eine weitere lehrreiche Arbeit. Wir geben im folgenden einen Versuch, wie er von Vorgeschrittenen im Praktikum auszuführen ist, ausführlich wieder.



1) Solche Galvanometer, gut durch Eisen geschützt, sind sehr empfindlich herzustellen und eignen sich besonders für Demonstrationen.

Protokoll eines Versuches.

I. Wasserwert des Kupferzylinders inkl. der Seide.

Der Kupferzylinder, in einem kleinen elektrischen Ofen auf 99,28°C (gemessen mit einem durch siedendes Wasser geeichten Thermoelement) erwärmt, fällt in ein Kalorimeter vom Wasserwert 1842,74 g (7,75 g Wasserwert des Messing-Kalorimeters, 1832,60 g Wasser und 2,39 g Wasserwert des Beckmann-Thermometers).

Erwärmung des Kalorimeters um 2,616 Beckmann-Thermom.-Grade oder um 2,609 Celsius-Grade. (Der Gradwert des Beckmann-Thermometers ist durch Vergleich mit dem Thermoelemente bestimmt, dieses durch Vergleich mit

einem bei 0° und 100° kontrollierten Normalthermometer geeicht.)

Die gemeinsame Endtemperatur im Kalorimeter war 22,535° C.

Abkühlung des Kupfers = 76,745° C

Wasserwert des Kupfers = $\frac{1842{,}74 \times 2{,}609}{76{,}645}$ = 62,646 g

(Spez. Wärme der 688,18 g Cu = 0,09103.)

II. Gradwert des Thermoelementes.

Ruhelage des Galvan. 501,8 mm, Skalenabstand 3150 mm. Die Tangenten der Ausschlagwinkel sind strenge proportional den Strömen. Das Thermoelement und 100 S.-E. liegen im Galvanometerkreis.

Temp. d. Normalthermom.	Galv.-Einstell.	Ausschlag abgelesen	Ausschlag korrig.
20,30	949,0	447,2	445,0
12,07	240,0	261,8	261,4
abgel. 8,23			706,4
korr. 8,21° C			

Skalenwert von 1° C $\frac{706{,}4}{8{,}21}$ = 86,01 mm

Ein zweiter Versuch gab . 86,03 „

Genommen wurde . . . . 86,02 „

III. Versuch.

Sinkende Masse (Gewicht 25028 g, Befestigungshaken 151 g) . . . . . 25179 g

Erdbeschleunigung . . . . . 980,9 cm/sec²

Kraft = 25179 × 980,9 = 2,4698 × 10^7 Dyn.

Nullage des Galv. 484,0

Endstell. „ „ 560,8

Ausschlag „ „ 76,8 mm

Temperaturerhöh. des Kupfers $\left\{\begin{matrix} 76{,}8 \\ 86{,}02 \end{matrix}\right.$ 0,892° C.

Gang der Temperatur

vor dem Versuch o

nach „ „ — $^1/_{100}$° C in 115 Sekunden.

Dauer des Versuches 95 Sekunden.

Temperaturverlust während dieser Dauer 0,004° C.

Korrigierte Temperaturerhöhung 0,896° C.

Fallhöhe des Gewichtes 95,2 cm.

Geleistete Arbeit = 2,4698 × 10^7 × 95,2 = 2,3513 × 10^9 Erg.

Entstandene Wärmemenge 62,646 × 0,896 = 56,130 cal.

Wärmeäquivalent = $\frac{2{,}3513 \times 10^9}{56{,}130}$ =

$4{,}189 \times 10^7 \frac{\text{Erg}}{\text{cal}}$.

Ein zweiter Versuch ergab

$4{,}186 \times 10^7 \frac{\text{Erg}}{\text{cal}}$.

Nach einer Diskussion von K. Scheel und R. Luther[1]) soll der wahrscheinlichste Wert der 15°-Kalorie gegenwärtig 4,188 × 10^7 Erg sein.

Da wir den Gradwert unseres Normalthermometers noch nicht mit dem Gradwerte der Wasserstoff-Thermometer-Skale verglichen haben, und da die Wärmekapazität unserer Kupfermasse zwischen 99° und 22° bestimmt, aber zwischen 15° und 16° benutzt ist, ihre Beziehung auf die 15°-Kalorie also unsicher ist, so hat unser Wert noch ein geringeres Gewicht als z. B. der Rowlandsche. In dieser Beziehung ist unsere Mitteilung eine vorläufige. Denn es soll versucht werden, diese Ungenauigkeiten der Methode zu verkleinern und so eine neue, mit der Rowlandschen gleichwertige Bestimmung auszuführen.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. 1908, 584.

(Eingegangen 6. Januar 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Werner Mecklenburg, Die experimentelle Grundlegung der Atomistik. Ein Bericht. Erweiterter und ergänzter Sonderabdruck aus der Naturwissenschaftlichen Wochenschrift, Neue Folge VIII. u. IX. Bd., 1909 u. 1910. VIII u. 143 S. Jena, Gustav Fischer. 1910. Geh. M. 2.50

Wer ein klares, sich von allem spekulativen Beiwerk fernhaltendes Referat über die Tatsachen, die zur Präzisierung der atomistischen Anschauungen führten, lesen will, möge diese mit zahlreichen Literaturnachweisen und u. a. auch mit einer neuberechneten „Tabelle zur kinetischen Gastheorie" versehene, gewissenhaft bearbeitete Schrift beachten.

Der Inhalt gliedert sich in vier Teile:

I. Die Existenz diskreter Teilchen in scheinbar homogenen Lösungen:
II. Die Größe der Moleküle nach der kinetischen Theorie der Gase;
III. Die Brownsche Bewegung;
IV. Die Atomtheorie der Elektrizität.

H. Hörig.

W. Bahrdt, Magnetische und magnetelektrische Messungen im Unterricht. (Band II, Sonderheft 4 der Abhandlungen zur Didaktik und Philosophie der Naturwissen-

schaft.) 55 S. mit 46 Abbild. Berlin, J. Springer. M. 2.40

Der Verfasser sucht in der sehr eingehenden und klar geschriebenen Arbeit die Möglichkeit nachzuweisen, in der Obersekunda auch ohne vorhergehenden, ausführlichen Unterricht in der Mechanik, nur gestützt auf die allerelementarsten in der Unterstufe gebrachten mechanischen Grundbegriffe die Lehre vom Magnetismus und vom Elektromagnetismus auf dem Wege messender Versuche und in verhältnismäßig strenger Form zu bringen.

Die Abhandlung zerfällt in die beiden Abschnitte: Kraftwirkungen zwischen Magneten und Kraftwirkungen zwischen Magneten und elektrischen Strömen. Jedem Abschnitt wird die Beschreibung der sehr einfachen Apparate vorausgeschickt, sodann folgt eine genaue Darstellung der einschlägigen Versuche und Messungen. Die Apparatur bietet nichts wesentlich Neues, sondern schließt sich an das an, was Grimsehl und andere auf dem bezüglichen Gebiet schon beschrieben haben.

Daß ein Obersekundaner ohne ausgiebige Kenntnisse in der Mechanik und Mathematik den Ausführungen des Verfassers über das Biot-Savartsche Gesetz (Seite 40—54), so schätzenswert dieselben auch sind, folgen wird, möchte der Referent bezweifeln. Die angegebenen, sehr schönen Versuche scheinen dem letzteren überhaupt mehr für Schülerübungen als zur Durchnahme im Klassenunterrichte geeignet.

Behrendsen.

A. Mayer, Die Spiegelreflexkamera, ihr Wesen und ihre Konstruktion. (Enzyklopädie der Photographie, Heft 71.) 8. VI u. 78 S. mit 48 Abbildungen. Halle a. S., Wilh. Knapp. 1910. M. 2.40

Die Spiegelreflexkamera enthält in der oberen Deckfläche eine Mattscheibe, auf welche mit Hilfe eines unter 45° geneigten Spiegels ein aufrecht stehendes Bild von der gleichen Größe wie auf der Platte entworfen werden kann. Der Spiegel kann vor der Aufnahme aus dem Strahlengang entfernt werden, und zwar nimmt diese Operation weniger Zeit in Anspruch, als wenn man die hintere Mattscheibe erst durch die Kassette ersetzen muß. Die Ausführung dieses Kameratypus bietet nun, wie der Verf. im einzelnen ausführt, mancherlei Eigentümlichkeiten. Wegen des im Innern enthaltenen Spiegels ist es nicht so leicht, die Type als Klappkamera auszugestalten, und auch das beträchtliche Gewicht dieses Mechanismus nötigt dazu, sparsam mit der Masse der einzelnen Konstruktionsteile umzugehen. Der Verf. wendet sich dann einer Besprechung der einzelnen Teile der Reflexkamera zu, wobei insbesondere Vorrichtungen zu erwähnen sind, die gestatten, das Bild auf der horizontalen Mattscheibe auch dann zu betrachten, wenn man die Kamera nicht in Brusthöhe hält. Für denjenigen, der mit dieser Art Kamera arbeiten will, ist eine Zusammenstellung der verschiedenen im Handel befindlichen Typen mit Angabe der Preise und der Abmessungen von Interesse. Die Patentliteratur findet ebenfalls eingehende Berücksichtigung.

Byk.

E. Jochmann u. O. Hermes, Grundriß der Experimentalphysik und Elemente der Chemie sowie der Astronomie und mathematischen Geographie. Zum Gebrauch beim Unterricht auf höheren Lehranstalten und zum Selbststudium. 17., vollständig neu bearbeitete Auflage v. P. Spieß. Mit 537 Figuren, einer Spektraltafel, einer Dreifarbendrucktafel, 4 meteorologischen Tafeln, 2 Sternkarten und 8 Tabellen. 455 S. Berlin, Winkelmann & Söhne. 1910. M. 5.—, geb. M. 5.50

Das allbekannte Lehrbuch der Physik ist in vollständig umgearbeiteter Auflage erschienen; es ist sowohl dem Inhalt als auch der Form nach ein durchaus anderes geworden. Die Vorteile der neuen Auflage sind im wesentlichen folgende: 1. dem Fortschritte von Wissenschaft und Technik ist gebührend Rechnung getragen; neu ist z. B. die Besprechung der Turbinen für Wasser und Dampf, Betrachtungen über die Zusammensetzung von Schwingungen und Resonanzerscheinungen, über Luftschiffe und Flugmaschinen. Ferner sind eingehender als bisher behandelt die Strahlungslehre, der Potentialbegriff, der allgemeine Teil des Elektromagnetismus, die Fernsprecheinrichtungen, die elektrische Beleuchtung, der Wechselstrom, die drahtlose Telegraphie, die Entladung in Gasen usw. 2. Die Abbildungen sind bedeutend vermehrt worden (von 488 auf 537). 3. Trotz Vermehrung des Inhalts ist eine erhebliche Verminderung der Seitenzahl eingetreten (von 512 auf 455). Vieles, was unwesentlich war, ist weggelassen worden (z. B. Photographien von Fallversuchen). 4. Dem Bedürfnis des Unterrichts ist noch mehr Rechnung getragen durch eine methodische Behandlung der einzelnen Gegenstände. 5. Der Stoff, der für die Unterstufe vorgeschlagen wird, ist durch einen fortlaufenden Strich am Rande gekennzeichnet.

Der Verfasser hat mit außerordentlichem Geschick die Neubearbeitung des Buches durchgeführt, so daß der „Jochmann" auch in seiner neuen Gestalt, zumal der Geist des Buches der alte geblieben ist, bestens empfohlen werden kann.

R. Lucas.

H. E. Timerding, Die Mathematik in den physikalischen Lehrbüchern. (Band III, Heft 2 aus den Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland, veranlaßt durch die internationale mathematische Unterrichtskommission, herausgegeben von F. Klein.) 8. IV u. 112 S. mit 24 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. Geh. M. 2.80

Das vorliegende dankenswerte Unternehmen bezweckt, festzustellen, welche Gesichtspunkte eine kritische Untersuchung der modernen „elementaren" Physiklehrbücher für den mathematischen Unterricht höherer Lehranstalten ergibt, wendet sich also zunächst an den Mathematiker. Andererseits hat natürlich der Physiklehrer, der mit den mathematischen Kenntnissen seiner Schüler rechnen muß, ebenso Interesse an dieser Arbeit.

Der Verfasser weist nach, wie die mehr oder weniger entschuldbaren Versuche der „Elementarisierung" der mathematischen Behandlung physikalischer Probleme recht unerfreuliche Klippen für den Lernenden zeitigen. Man kann den Ausführungen entnehmen, daß man entweder bei dem Nichtvoraussetzenkönnen der erforderlichen mathematischen Kenntnisse nur die Resultate geben soll — oder auf die Besserung der Vorbildung im Sinne einer Kenntnis der Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung hinarbeiten möchte; keinesfalls aber jene verkappte Infini-

tesimalrechnung zur Anwendung bringen dürfe, die bei dem Schüler ein instinktives Mißtrauen gegen die ihm vorgesetzte „physikalische" Mathematik etablieren muß und der Sache dann mehr schadet wie nützt. — Möchte jeder, der elementaren Physikunterricht zu geben hat — sei es an höheren Lehranstalten, sei es an der Hochschule — und sich in dieser Hinsicht nicht ganz schuldfrei fühlt, die vorliegende Broschüre lesen! H. Hörig.

K. Winnig, Die Grundlagen der Bautechnik für oberirdische Telegraphenlinien. (Aus der Sammlung „Telegraphen- und Fernsprechtechnik in Einzeldarstellungen", herausgegeben von Th. Karraß.) Mit 261 Figuren im Text und auf 5 Aufschlagtafeln. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. Geh. M. 12.50, geb. M. 14.—

Das Buch wird von allen, die mit dem Bau oberirdischer Leitungen zu tun haben, als ein wertvolles Hilfsmittel empfunden werden. Beim Entwurf solcher Leitungen ist gar mancherlei zu berücksichtigen. Der Konstrukteur und der Bauleiter soll neben seinen praktischen Erfahrungen ein nicht geringes Maß von Kenntnissen aus der Statik, der Festigkeitslehre und der Materialienkunde besitzen. Mit Rücksicht auf den Bildungsgang der Telegraphenbaubeamten, an die sich das Werk vornehmlich wendet, ist das, was aus jenen Nebendisziplinen gebraucht wird, ausführlich und von Grund auf dargestellt.

Der Abschnitt „Mechanik" enthält wesentlich die rechnerische und zeichnerische Behandlung von Aufgaben aus der Statik, sowie die Berechnung des Winddrucks; dann folgt ein Abriß der elementaren Festigkeitslehre. Die Baustoffkunde ist sehr ausführlich dargestellt. — Man findet darin Angaben über die Gewinnung, Verarbeitung und Verwendung von Eisen, Kupfer, Zink, Zinn, Blei, Aluminium, Porzellan; über Materialprüfungen und die Konservierung von Holzstangen gegen Fäulnis. Die folgenden Abschnitte handeln von der Ermittelung des Drahtdurchhangs, vom Bau und der Berechnung der Gestänge, die durch mehrere ausführlich durchgerechnete Zahlenbeispiele erläutert wird. In einem Anhang sind die beim praktischen Rechnen erforderlichen Erfahrungszahlen, Festigkeitskoeffizienten usw. zusammengestellt. Das in jeder Hinsicht gediegene Werk kann bestens empfohlen werden. K. W. Wagner.

R. Fürstenau, Leitfaden der Röntgenphysik. Vorträge über die physikalischen Grundlagen der Röntgenapparate. Mit 61 Abbildungen. VIII u. 91 S. Stuttgart, F. Enke. 1910. Geh. M. 3.—

Diese Röntgenphysik hat für die Leser dieser Zeitschrift nur indirektes Interesse: sie ist für die bestimmt, welche berufsmäßig, etwa in medizinischen Instituten, mit Röntgenapparaten zu tun haben und die entschwundenen physikalischen Kenntnisse wieder auffrischen wollen, oder z. B. im Falle von Krankenschwestern, Laboratoriumsdienern usw. die allernotwendigsten diesbezüglichen Fähigkeiten erst erwerben wollen. Die Broschüre ist entstanden als Leitfaden zu Kursen, die der Verfasser in Berlin gehalten hat. Dementsprechend ist auch von einer Beschreibung der technischen Einzelheiten Abstand genommen worden. Zur Kennzeichnung der durchaus populär gehaltenen Schrift steht im Vorwort: „— — muß außer einem relativ geringen Umfang eine elementare Form und ‚Oberflächlichkeit' der Darstellung unter Heranziehung möglichst vieler Analogien gefordert werden —".

H. Hörig.

G. Knopf, Die Stromversorgung der Telegraphen- und Fernsprechanstalten. (Aus der Sammlung „Telegraphen- und Fernsprechtechnik in Einzeldarstellungen", herausgegeben von Th. Karraß.) Mit 210 Textfiguren und 4 Tafeln. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. Geh. M. 10.—, geb. M. 11.—

Mit der wachsenden Ausdehnung der Telegraphen- und Fernsprechanstalten ist die Frage ihrer Stromversorgung immer wichtiger geworden. Die früher als Stromquelle ausschließlich verwendeten galvanischen Elemente sind in größeren Anlagen durch Sammlerzellen ersetzt worden, die ihrerseits zur Ladung wieder besondere Schalteinrichtungen, vielfach auch Dynamos, Umformer, mechanische oder Quecksilbergleichrichter erfordern. Der Wechselstrom zum Anrufen der Fernsprechteilnehmer wird heutzutage in vielen größeren Ämtern von besonderen Dynamos erzeugt. So hat sich die Stromversorgungsanlage der größeren Ämter zu einer richtigen Starkstromanlage entwickelt, und hiermit haben auch die wirtschaftlichen Momente bei der Einrichtung und dem Betrieb dieser Anlagen eine hervorragende und oft ausschlaggebende Bedeutung erlangt.

Das vorliegende Buch will die Grundlagen dafür geben, welche Art der Stromversorgung und wie groß die Stromquelle in jedem einzelnen Falle am zweckmäßigsten gewählt wird. Bei der Wahl spielen technische und wirtschaftliche Fragen eine Rolle, die für die gebräuchlichsten Einrichtungen ausführlich erörtert werden. Daneben wird der Aufbau und die Wirkungsweise der in den verschiedenen Stromversorgungsanlagen verwendeten Maschinen, Apparaten und Meßinstrumenten beschrieben und durch gute Abbildungen veranschaulicht. Zahlreiche Erfahrungszahlen aus dem praktischen Betriebe geben dem Buch noch einen erhöhten Wert. K. W. Wagner.

Bernhard Dessau, Die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Legierungen. (Die Wissenschaft, Heft 33.) VIII u. 208 S. mit 82 Abbildungen im Text und auf drei Tafeln. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. Geheftet M. 7.—, in Leinwand gebunden M. 8.—

In dem vorliegenden Buche werden nach einer kurzen Einleitung zunächst die verschiedenen Formen der für die Metalle und ihre binären Legierungen in Betracht kommenden Zustandsdiagramme nach allgemeineren Gesichtspunkten eingehend besprochen (bis Seite 64). Dann folgt ein Kapitel „Untersuchungsmethoden", in dem die notwendigen Erläuterungen über die thermische Analyse, die eigentliche Metallographie und die dilatometrischen und kalorimetrischen Verfahren gegeben werden. Das nächste Kapitel (S. 87 bis 127) enthält eine Übersicht über die wichtigeren binären Legierungen. Daran schließt sich ein Kapitel (S. 127 bis 137) über die ternären Legierungen. Den

für die Technik wichtigsten Legierungen, nämlich den Eisen-Kohlenstofflegierungen und den Legierungen des Kupfers ist ein besonderes Kapitel (S. 137 bis 176) gewidmet. Den Schluß des Buches bildet ein Kapitel über die Beziehungen zwischen der chemischen Konstitution der Legierungen und ihren physikalischen Eigenschaften, so ihrer Härte und Festigkeit, ihrer Leitfähigkeit, ihres Magnetismus, ihrer elektrolytischen Lösungstension und ihrer elektromotorischen Kraft.

Die Darstellung ist im allgemeinen klar und verständlich und dürfte sich besonders für Physiker, für die die moderne Metallographie, d. h. die Lehre von den Beziehungen zwischen der chemischen Konstitution und den Eigenschaften der Legierungen, von erheblichem Interesse ist, gut eignen. Sachlich ist nichts zu bemerken, nur ist die Endformel auf S. 16 durch einen Druckfehler entstellt: es muß an Stelle von $p_r\ p_s$ gelesen werden.

Werner Mecklenburg.

W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik. (Teubners Lehrbücher der mathematischen Wissenschaften. XXXIV.) gr. 8. XXIV u. 964 S. mit 213 Figuren und 1 Tafel. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. M. 30.—, gebunden M. 32.—

Da, wo sich die beiden Wissenschaften Kristallographie und Physik berühren, findet man zwei neue Gebilde, die, so ähnlich sie auch in mancher Hinsicht einander sein mögen, doch prinzipiell zu unterscheiden sind: die physikalische Kristallographie einerseits und die Kristallphysik andrerseits: sie liegen beide hart an der Grenze, und doch liegt die eine unzweifelhaft im Bereiche der Kristallographie, die andere bedingungslos im Bereiche der Physik.

Während es nun mehrere vortreffliche Lehrbücher der einen Gattung gibt, fehlte es bisher an einem solchen der andern, an einem Lehrbuche der Kristallphysik. Es ist jetzt von Woldemar Voigt geschrieben worden, und es konnte, wie man unbedenklich sagen darf, nur von ihm geschrieben werden. Denn nur er brachte die beiden Vorbedingungen mit: einmal die vollständige Beherrschung des weiten und reichen Gebietes mit seinen Verzweigungen in die entlegensten Winkel — eine Beherrschung, wie sie nur der erlangen kann, der überall selbst mit Hand angelegt hat, sei es, um die Fundamente zu schaffen, sei es, um den Ausbau zu fördern; und sodann eine Begeisterung für die Sache, die notwendig ist, um in idealer Verschmelzung mit der Nüchternheit, Abstraktion und Komplikation des Stoffes ein brauchbares und lesbares Buch zu liefern. Für diese seine Begeisterung braucht Voigt selbst ein so vortreffliches Bild, daß man nichts Besseres tun kann, als es zu reproduzieren:

„Denken wir uns in einem großen Saale ein paar hundert ausgezeichnete Violinspieler, die mit tadellos gestimmten Instrumenten alle dasselbe Stück spielen, aber gleichzeitig an lauter verschiedenen Stellen beginnen, auch etwa nach Vollendung immer wieder von vorn anfangen. Der Effekt wird nicht eben erfreulich sein, ein gleichmäßig trübes Tongemisch, aus dem auch das feinste Ohr das wirklich gespielte Stück nicht herauszuerkennen vermag, einzig charakterisiert durch den Umfang der überhaupt erreichten und durch die relative Häufigkeit aller berührten Töne.

„Eine solche Musik nun machen uns die Moleküle in den gasförmigen, den flüssigen und den gewöhnlichen festen Körpern vor. Es mögen sehr begabte Moleküle sein, von kunstvoll reichem Aufbau — aber bei ihrer Wirksamkeit stört immer eines das andere; von ihren Qualitäten kommt in den beobachteten Erscheinungen keine voll und rein, manche überhaupt gar nicht zur Geltung.

„Ein Kristall hingegen entspricht dem oben geschilderten Orchester, wenn es von einem tüchtigen Dirigenten einheitlich geleitet wird, wenn alle Augen an seinen Winken hängen und alle Hände den gleichen Strich führen. Hier kommt Melodie und Rhythmus des vorgetragenen Stückes zu ganzer Wirkung, die durch die Vielheit der Ausführenden nicht gestört, sondern gestärkt wird.

„Das Bild macht es verständlich, wie Kristalle ganze Erscheinungsgebiete zeigen können, die bei den andern Körpern absolut fehlen, und daß andere Gebiete sich bei ihnen in wundervoller Mannigfaltigkeit und Eleganz entwickeln, die bei den übrigen Körpern nur in trübseligen monotonen Mittelwerten auftreten. Nach meinem Gefühl tönt die Musik der physikalischen Gesetzmäßigkeiten in keinem andern Gebiete in so vollen und reichen Akkorden wie in der Kristallphysik."

Die drei ersten Kapitel des Buches stellen gewissermaßen drei verschiedene Einleitungen dar, bestimmt, den Leser für das Hauptstück zu rüsten: das erste behandelt die Symmetrieeigenschaften der Kristalle, das zweite die physikalischen Funktionen als gerichtete Größen und das dritte diejenigen Hilfssätze aus den einzelnen Kapiteln der Physik, die im folgenden eine wesentliche Rolle spielen und vorweggenommen werden müssen, um später den Gang der Untersuchung nicht unliebsam zu unterbrechen. Es ist ein Genuß, Schritt vor Schritt zu verfolgen, mit welch knapper Klarheit und in wie neuer Beleuchtung das an sich altbekannte Material in diesen Einleitungen dargestellt wird.

Nunmehr tritt diejenige Gliederung des Stoffes in Kraft, die man als Voigts ureigenste Schöpfung bezeichnen muß, und die nicht nur den äußeren Habitus des Buches als Ganzes, sondern auch den der Untersuchung und Darstellung im einzelnen bestimmt: die Gliederung nach dem Charakter der beiden, bei der betreffenden Erscheinung in Beziehung zueinander tretenden Größen. Da es drei Arten solcher Größen gibt: Skalare, Vektoren und Tensortripel, und da von den beiden maßgebenden Größen, soweit es sich um Erscheinungen an Kristallen handelt, immer nur höchstens die eine ein Skalar sein kann, so ergeben sich fünf Gruppen von Erscheinungen:

Skalar und Vektor — Pyroelektrizität und Pyromagnetismus.
Skalar und Tensortripel — Thermische Dilatation und tensorielle Pyroelektrizität.
Zwei Vektoren — Elektrizitäts- und Wärmeleitung, elektrische und magnetische Influenz, Thermoelektrizität.
Zwei Tensortripel — Elastizität und innere Reibung.
Vektor- und Tensortripel — Piezoelektrizität und Piezomagnetismus.

Und nun vergleiche man die Abschnitte über Kristallphysik in irgendeinem guten und großen Lehrbuche der Physik mit dem Voigtschen Werke, um zu sehen, wie dort, wo die Anordnung nach dem hergebrachten Schema von der Mechanik bis zur Optik getroffen ist, hinsichtlich alles prinzipiellen und methodischen ein nahezu vollkommenes Durcheinander, eine blinde Zufälligkeit herrscht, hier aber, bei Voigt, eben wegen der Anordnung nach dem Charakter der maßgebenden Größen, planvollster Aufbau und eine durch die fortlaufende Steigerung hochbefriedigende Entwickelung erfolgt. Als äußerlicher, aber schlagender Beweis für die Vollkommenheit dieses Aufbaus sei folgendes angeführt: Der Referent (und mit ihm gewiß viele Leser) findet jedes Buch unvollkommen, dem das alphabetische

Sachregister fehlt. Nun, es fehlt dem Voigtschen Buche, und doch ist das in diesem Falle kein fühlbarer Mangel, aus dem einfachen Grunde, weil eben jeder Gegenstand — und das gilt nicht nur für die Kapitel, sondern fast für jeden einzelnen Paragraphen — an der Stelle steht, wo ihn der mit dem Gliederungsprinzip vertraute Leser suchen muß; das Buch ist, kurz gesagt, sein eigenes Register.

Was den Inhalt im einzelnen betrifft, so reproduziert es natürlich zu einem großen Teil, nur eben in einheitlicher und zum Teil auch vervollkommneter Darstellung, das, was der Verfasser einschließlich seiner Vorgänger und Nachfolger, einschließlich seiner direkten und indirekten Schüler, im Laufe der Zeiten in Abhandlungen niedergelegt hat. Dazu aber kommt eine solche Fülle von Neuem, hier zum ersten Male Mitgeteiltem, daß es unmöglich ist, im Rahmen einer Besprechung einzelnes herauszuheben.

Daß der Symphonie das Finale fehlt, nämlich die Kristalloptik, bleibt das einzig Bedauerliche an diesem Werke: und ohne dem Buche von Pockels über diesen Gegenstand zu nahe zu treten, wird man doch sagen dürfen, daß man die Einfügung auch der Optik in diese große und meisterliche Einheit nur ungern entbehrt.

Und nun zum Schluß noch eine Bemerkung für die, die das Buch wohl lesen möchten, es aber weglegen, weil sie glauben, kristallographisch nicht genügend vorgebildet zu sein. Um diese Meinung zu widerlegen, braucht man nur an die dieses Referat einleitenden Bemerkungen anzuknüpfen und zu betonen, daß das Buch eben nicht kristallographisch, sondern physikalisch ist, und daß die Kristallphysik wohl die Symmetrieeigenschaften der Kristalle, nicht aber alles das voraussetzt, was die Kristallographie fast ausschließlich behandelt und was der Physiker vielfach (ob mit Recht, bleibe dahingestellt) als eine Wüstenei ansieht, durch die man sich hindurchquälen müsse: die Mannigfaltigkeit der äußeren Form und die damit im Zusammenhang stehende fast unübersehbare Zahl von Einzelgesetzmäßigkeiten. Was den Physiker interessiert und was der Leser des vorliegenden Buches braucht, sind dagegen lediglich die unabhängigen Elemente der Symmetrie, und was diese und ihre Gesetze anlangt, so bekommt der Leser in dem einleitenden Kapitel alles Nötige erzählt. F. Auerbach.

G. W. de Tunzelmann, A treatise on electrical theory and the problem of the universe. Considered from the physical point of view, with mathematical appendices. Illustrated. XXXI u. 654 S. London, Charles Griffin and Company, Ld. 1910. Geb. 15 sh

Das lesenswerte, überaus reichhaltige, in der Darstellung klare und anschauliche, der Auswahl und Gruppierung des Stoffes, mit seinen vielen Anhängen, seinem umfangreichen Vorwort und den ausführlichen Kapitelinhaltsangaben typisch englische Werk bezweckt in erster Linie, dem Studierenden der Physik einen Überblick über die moderne Elektrizitätstheorie und ihre Verwertung für die Theorie der Materie im allgemeinen zu geben. Von den ergänzenden Abschnitten abgesehen, sind die an den Leser gestellten mathematischen Anforderungen ziemlich bescheidene; der Schwerpunkt liegt in der Entwicklung des Äthermodells, im wesentlichen an der Hand Larmorscher Anschauungen, dessen Arbeiten, wie ausdrücklich bemerkt, in weitgehendem Maße herangezogen worden sind.

Nach einigen einleitenden Kapiteln, u. a. über die historische Entwicklung der Ätherhypothese und über die Beziehung des Äthers zur bewegten Materie sowie die Elektrizitätsleitung in Gasen und Dielektriken wendet sich der Verfasser in dem als Anleitung zum Studium des Maxwellschen Originalwerkes gedachten Kapitel der Faraday-Maxwellschen Theorie zu, um sodann zum Kernpunkt des ganzen Buches: der Elektronentheorie, überzugehen, deren Konsequenzen in den verschiedensten Gebieten verfolgt werden. Die Darstellung der Theorie der metallischen Leitung und Strahlung berücksichtigt besonders Arbeiten von J. H. Jeans und dürfte dem hier Interessierten manche Anregung bieten.

Der Behandlung der radioaktiven Erscheinungen, unter besonderer Berücksichtigung der astrophysikalischen Seite, folgt die Diskussion der Struktur der Atome (namentlich nach J. J. Thomson) und in einem hochinteressanten Kapitel über Gravitation und Kohäsion begegnet man u. a. einem Referat neuerer hydrodynamischer Theorien der Gravitation (C. V. Burton; G. A. Schott), auf das speziell hingewiesen sei. An dieser Stelle hätte allerdings der Arbeiten von Arthur Korn gedacht werden sollen. Endlich dürfte es dem Physiker des Kontinents unverständlich bleiben, warum der Autor, der in dem den Titel des Buches rechtfertigenden Schlußkapitel „the place of mind in the universe" ein so hervorragendes Interesse an der philosophischen Vertiefung der Theorie der Materie bekundet — unter anderem die eventuelle Berechtigung einer vierdimensionalen Physik diskutiert —, die Arbeiten von Einstein und Minkowski vollständig unerwähnt läßt. — H. Hörig.

Karl Marbe, Theorie der kinematographischen Projektionen. 80 S. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1910. M. 2.40

Das Buch behandelt im wesentlichen die psychologischen Grundlagen der Bilderzeugung überhaupt mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendungen für die Kinematographie. Hierbei werden eine Anzahl von eigenen Versuchen des Verfassers und seiner Mitarbeiter wiedergegeben. Im Mittelpunkte der Abhandlung steht das sogenannte Talbotsche Gesetz, dessen Formulierung in Worten nach Helmholtz folgendermaßen ausgesprochen wird: „Wenn eine Stelle der Netzhaut von periodisch veränderlichem und regelmäßig in derselben Weise wiederkehrendem Lichte getroffen wird und die Dauer der Periode hinreichend kurz ist, so entsteht ein kontinuierlicher Eindruck, der dem gleich ist, welcher entstehen würde, wenn das während einer jeden Periode eintreffende Licht gleichmäßig über die ganze Dauer der Periode verteilt würde". Zur quantitativen Formulierung wurden drei Größen t, Periodendauer, sowie zwei Mittelwerte nämlich v, die sogenannte mittlere Variation der Elementarreize einer Periode, und m, das arithmetische Mittel der Größen der Elementarreize einer Periode, definiert. Der Zusammenhang dieser drei Variablen wird theoretisch und experimentell untersucht. Die Bedeutung der hier gewonnenen Resultate für den Kinematographen betrifft namentlich die Wiedergabe von Bildteilen, die sich mit der Zeit nicht verändern, wie z. B. Landschaftshintergründe; es handelt sich dabei um die Verschmelzung der Gesichtseindrücke zu einem einheitlichen Ganzen.

Sehr viel komplizierter wird die Theorie, wenn, wie das ja beim Kinematographen naturgemäß der Fall ist, Objekte mit der Zeit ihren Ort auf der Retina ändern. Es kommt dann die Lehre vom Bewegungssehen in Betracht. Die Behandlungsweise ist hier eine eigentümliche; Verf. geht nämlich von der scheinbaren

Bewegung ruhender Objekte aus, die er sukzessive an verschiedenen Stellen des Raumes erscheinen läßt. An diesen gewinnt er experimentell folgendes Resultat: „Um aus sukzessiven diskreten Bildern, durch welche der Eindruck der Bewegung hervorgerufen werden soll, eine ungestörte scheinbare Bewegung zu gewinnen, dürfen die zeitlichen Distanzen zwischen den Bildern weder zu klein noch zu groß sein. Die Bewegung muß so schnell sein, daß ein ungestörter, ununterbrochener und nicht stoßweise erscheinender Bewegungseindruck auftritt, aber nicht so groß, daß mehrere Bilder gleichzeitig erscheinen". Von hier aus findet dann der Übergang zu den einzelnen Teilbildern des wirklichen Kinematographen statt, bei welchen hauptsächlich die Erscheinung des „Flimmerns" diskutiert wird. Byk.

Otto Berg, Das Relativitätsprinzip der Elektrodynamik. 50 S. Göttingen, Vandenhoek & Ruprecht. 1910. Geheftet M. 1.60

Der vorliegende, für den Physiker geschriebene und mit Literaturnachweisen versehene Sonderabdruck aus den „Abhandlungen der Friesschen Schule", III. Band, 2. Heft, gibt nach einer Einleitung über die „Theorie der Elektrodynamik bewegter Körper bei H. Hertz und H. A. Lorentz" in dem Kapitel „Die jährliche Bewegung der Erde in der Elektrodynamik" einen historischen Überblick über die Experimente und Theorien, die zur Formulierung des Relativitätsprinzips als Grundlage der Elektrodynamik geführt haben. „Die Substitutionsgleichungen der Lorentz-Transformation" und die „Zusammensetzung von Geschwindigkeiten" bilden die beiden Teile des Hauptkapitels der Arbeit, die zum Schluß eine sehr beachtenswerte kritische Betrachtung des in Rede stehenden Prinzips enthält. Hervorzuheben ist die bei diesem Stoffe ja besonders erwünschte ausgezeichnete Klarheit der Darstellung. Die Schrift dürfte jedem, der sich für die Sache interessiert, willkommen sein. — H. Hörig.

Briefkasten.

Außer den Fresnel-Aragoschen Experimenten erlauben auch noch andere optische Experimente einen Schluß zu ziehen betreffs der Grenze, unter welcher in ebenen Lichtwellen der Quotient zwischen der longitudinalen und der transversalen Komponente des Lichtvektors liegen muß. Was ist der niedrigste Wert, der gegenwärtig für diese obere Grenze als gesichert gelten darf und welche experimentelle Anordnung liefert ihn?

Petersburg, Lopuchinskaja 7a. P. Ehrenfest.

Tagesereignisse.

Die Zeitschrift „Umschau" in Frankfurt a. M. schreibt für 1911 Preise aus von je 100 M. für die Bekanntgabe der bedeutendsten Untersuchung oder Entdeckung auf den Gebieten der Physik und der chemischen Technologie. Als Preisrichter wirken (neben dem Herausgeber der Zeitschrift, Professor Dr. Bechhold) für Physik: Geh. Rat Prof. Dr. Himstedt und Geh. Rat Prof. Dr. Riecke, ferner für chemische Technologie: Prof. Dr. Ad. Frank und Geh. Rat Prof. Dr. Graebe.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Arnold Eucken für physikalische Chemie, an der Universität Bern Dr. S. Manderli für Astronomie.

Ernannt: Der Privatdozent für Färberei und Zeugdruck an der Technischen Hochschule Berlin und Dozent der Chemie an der Handelshochschule daselbst Professor Dr. A. Binz zum Rektor der letzteren, Professor Dr. W. J. Müller, Vorstand der phys.-chem. Abteilung der städtischen Chemieschule Mülhausen i. Els. und Privatdozent an der Universität Basel mit Ende des Semesters zum Leiter des wissenschaftlichen anorganischen Laboratoriums der Farbenfabriken vormals Bayer & Co. in Leverhusen, der Privatdozent für Vulkanologie und Seismologie an der Universität Neapel Professor Guiseppe Mercalli zum Direktor des Observatoriums auf dem Vesuv, der etatmäßige Professor für Vermessungskunde an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Richard Schumann zum ord. Professor für höhere Geodäsie und sphärische Astronomie an der Technischen Hochschule Wien, der a. o. Professor an der Universität Kiel Dr. Georg Landsberg zum ord. Professor an derselben Universität, der a. o. Professor für technische Physik an der Universität Jena Dr. Konrad Simons zum o. Professor für technische Physik an der National-Universität La Plata (Argentinien).

Berufen: Der ord. Prof. der Pharmazie und angewandten Chemie an der Universität München Geh. Regierungsrat Dr. Theodor Paul zum ord. Professor der angewandten Chemie an der Universität Leipzig.

Ehrung: Der ord. Professor der Experimentalphysik am Institut Catholique in Paris Dr. Edouard Branly wurde zum Mitglied der Académie des sciences gewählt.

In den Ruhestand: Die bisherigen ord. Professoren an der Forstlichen Hochschule Aschaffenburg Dr. Max Conrad (Chemie und Mineralogie) und Dr. Ludwig Schleiermacher (Mathematik) infolge Auflösung der Hochschule, der ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Darmstadt Geheimer Hofrat Dr. Wilhelm Staedel.

Vom Lehramt zurück: Der Privatdozent der Physik an der Universität Leipzig Dr. Albert Dahms.

Gestorben: Der 2. Direktor der Untersuchungsanstalt für Nahrungs- und Genußmittel in Würzburg Professor Dr. Hermann Röttger, der Privatdozent für Experimentalphysik an der Universität Neapel Professor Dr. Eugenio Semmola.

Gesuche.

Chemie-Schule Mülhausen i. E.

Infolge des Überganges von Prof. Dr. Wolf J. Müller in andere Stellung wird der Lehrstuhl für

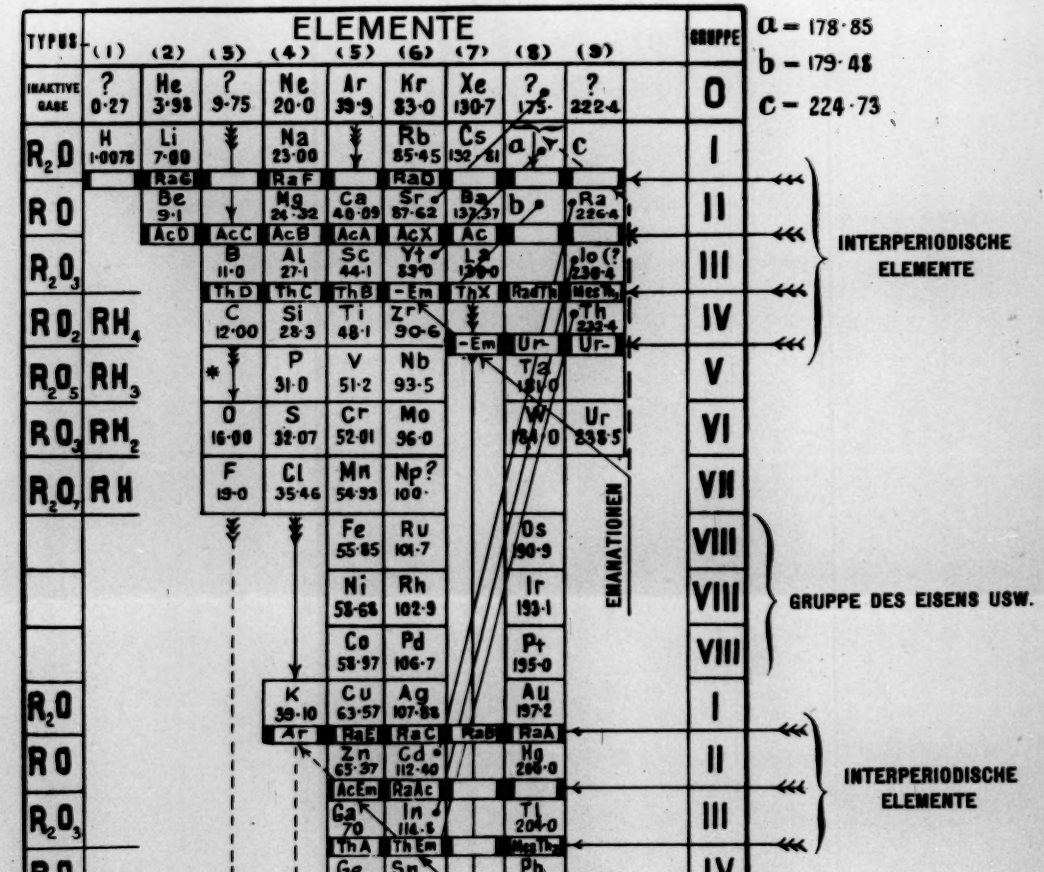
Physik, physikalische Chemie und Mineralogie

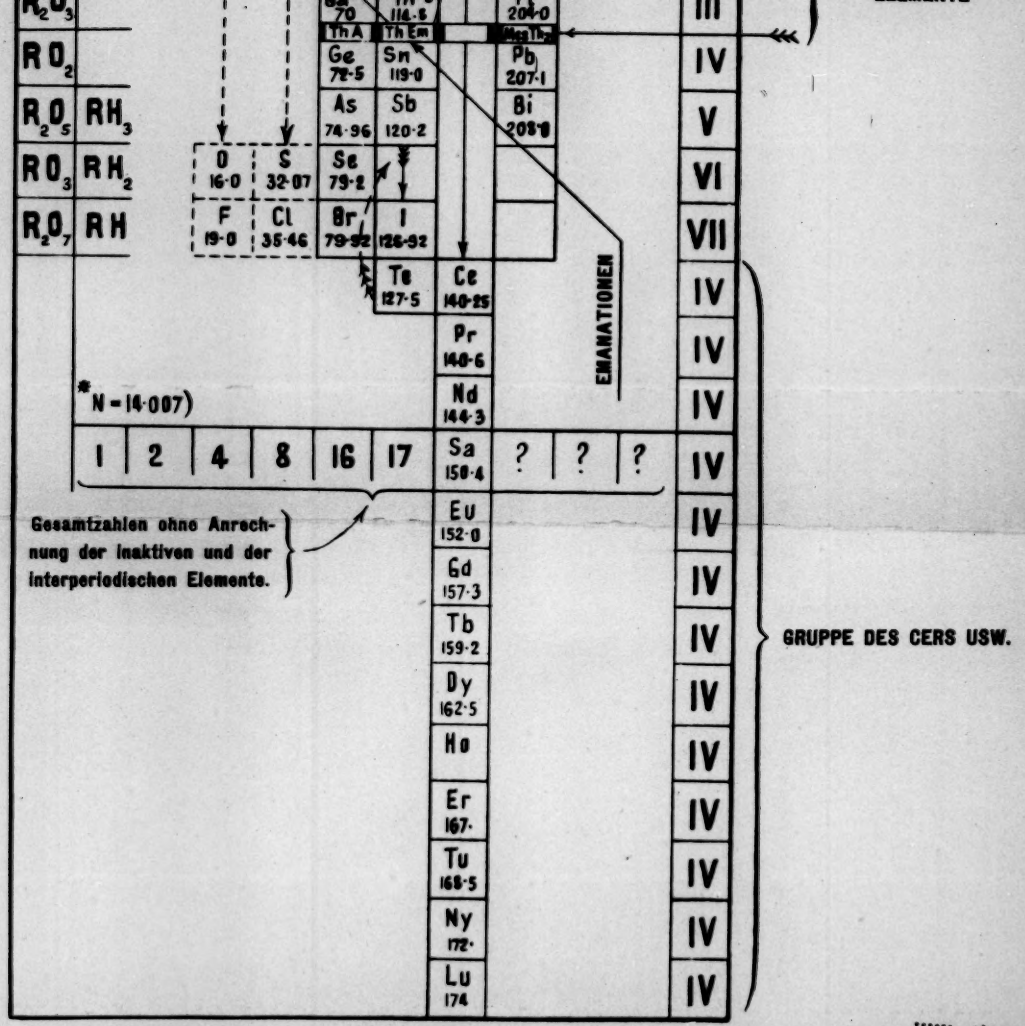
an obiger Anstalt zu Ostern frei. Wöchentlich 10 Stunden Vorträge und 4 Stunden Praktikum. Anfangsgehalt je nach Umständen 3600—4000 M. Gut eingerichtetes Laboratorium mit allen Hilfsmitteln zur Ausführung wissenschaftlicher Arbeiten.

Bewerbungen wolle man richten an den Vorsitzenden der Schulkommission Herrn **Albert Schlumberger**, Börsenstraße 6, **Mülhausen i./E.**

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

TABELLE I A


ELEMENTE
TYPUS
(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9)
GRUPPE
INAKTIVE GASE
? 0·27 | He 3·98 | ? 9·75 | Ne 20·0 | Ar 39·9 | Kr 83·0 | Xe 130·7 | ? 175· | ? 222·4
0
R2O | H 1·0078 | Li 7·00 | Na 23·00 | Rb 85·45 | Cs 132·81 | a | c
I
RaG | RaF | RaD
RO | Be 9·1 | Mg 24·32 | Ca 40·09 | Sr 87·62 | Ba 137·37 | b | Ra 226·4
II
AcD | AcC | AcB | AcA | AcX | Ac
R2O3 | B 11·0 | Al 27·1 | Sc 44·1 | Yt 89·0 | La 139·0 | Io (?) 230·4
III
ThD | ThC | ThB | -Em | ThX | RadTh | MesTh1
RO2 | RH4 | C 12·00 | Si 28·3 | Ti 48·1 | Zr 90·6 | Th 232·4
IV
-Em | Ur- | Ur-
R2O5 | RH3 | * | P 31·0 | V 51·2 | Nb 93·5 | T/a 180·0
V
R3O6 | RH2 | O 16·00 | S 32·07 | Cr 52·01 | Mo 96·0 | W 184·0 | Ur 238·5
VI
R2O7 | RH | F 19·0 | Cl 35·46 | Mn 54·93 | Np? 100·
VII
Fe 55·85 | Ru 101·7 | Os 190·9
VIII
Ni 58·68 | Rh 102·9 | Ir 193·1
VIII
Co 58·97 | Pd 106·7 | Pt 195·0
VIII
EMANATIONEN
R2O | K 39·10 | Cu 63·57 | Ag 107·88 | Au 197·2
I
Ar | RaE | RaC | RaB | RaA
RO | Zn 65·37 | Cd 112·40 | Hg 200·0
II
AcEm | RaAc
R2O3 | Ga 70 | In 114·8 | Tl 204·0
III
ThA | ThEm | MesTh2
RO2 | Ge | Sn | Pb
IV
a = 178·85
b = 179·48
c = 224·73
INTERPERIODISCHE ELEMENTE
GRUPPE DES EISENS USW.
INTERPERIODISCHE ELEMENTE



Verlag von S. Hirzel-Leipzig.